The Korean Journal of Applied Statistics (2019) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2019.32.5.721
32(5), 721–740

Image noise reduction algorithms using nonparametric method

Ho-young Woo[a] · Yeong-hwa Kim[a,1]

[a]Department of Applied Statistics, Chung-Ang University

(Received July 16, 2019; Revised August 21, 2019; Accepted August 23, 2019)

Abstract

Noise reduction is an important field in image processing and requires a statistical approach. However, it is difficult to assume a specific distribution of noise, and a spatial filter that reflects regional characteristics is a small sample and cannot be accessed in a parametric manner. The first order image differential and the second order image differential show a clear difference according to the noise level included in the image and can be more clearly understood using the canyon edge detector. The Fligner-Killeen test was performed and the bootstrap method was used to statistically check the noise level. The estimated noise level was set between 0 and 1 using the cumulative distribution function of the beta distribution. In this paper, we propose a nonparametric noise reduction algorithm that accounts for the noise level included in the image.

Keywords: bootstrap, edge detector, image processing, image differencing, noise reduction, Canny edge detector, Fligner-Killeen test

1. 서론

실생활에서 자주 사용하고 접하게 되는 핸드폰 카메라, 디지털 카메라, 자동차 블랙박스, CCTV 등과 영상기기를 통해 획득한 영상을 개선하고 처리하는 것을 영상처리라고 한다. 영상기기를 사용하는 분야가 다양하기 때문에 영상처리 기법은 수많은 영역에서 사용되고 있다고 할 수 있다. 예를 들어, 농업에 있어서 작물의 건강 상태를 확인하는 것은 중요한 문제이다. Khirade와 Patil (2015)은 영상처리를 활용하여 작물의 질병을 탐지고 건강 상태를 확인하는 방법을 제시하였으며 Toulouse 등 (2016)은 영상처리를 이용하여 야생에서 화재를 자동 탐지하는 방법을 제안하였다. 또한 흑색종(melanoma) 피부암을 탐지하기 위하여 영상처리 기술을 활용한 Jain 등 (2015)의 제안은 영상처리가 의학 분야에서도 활용되고 있음을 보여준다. 이처럼 영상처리는 농업과 환경 분야, 의학 분야 등 다양한 분야에서 널리 활용되고 있다.

영상처리에서는 특정 영상을 사용자의 목적에 부합하도록 개선하거나 변환하는 목적 이외에 영상을 최대한 본래의 모습대로 구현하는 것도 영상처리의 중요한 목적이다. 원래의 영상을 기록하거나 다시 표

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education (2017R1D1A1B03031725).
[1]Corresponding author: Department of Applied Statistics, Chung-Ang University, 84 Heuksuk-ro, Dongjak-gu, Seoul 06974, Korea. E-mail: gogators@cau.ac.kr

현하는 전반적인 과정에서 다양한 원인에 의하여 잡음(noise)이 추가되는 것이 일반적이다. 영상처리 분야에서는 영상의 특징을 영상이 나타내고자 하는 정보라고 여기며 영상의 특징은 영상 내의 특정 정보의 집합인 영역(region), 이 영역의 테두리를 의미하는 경계(boundary) 또는 모서리(edge)를 통해 표현되고 있다. 또한 영상이 가진 영역이 다양한 경우, 이러한 영상은 세밀한 부분이 많다고 볼 수 있다. 영상처리 분야에서 모서리와 세밀한 부분들을 영상의 특징, 또는 특징(feature)이라고 부르며 특징을 구별짓기 어렵게 만드는 성분들을 잡음이라고 한다.

기술의 발전에도 불구하고 영상에는 이러한 잡음이 추가될 수 있으며 추가된 잡음은 영상의 질을 떨어뜨리는 중요한 요인이 된다. 잡음 제거(noise reduction)에 대한 연구는 주로 잡음의 특성과 분포에 따라 연구가 진행되고 있는데, Peters (1995)는 영상에 포함된 영상의 특징을 형태적, 구조적으로 다루는 형태학적(morphological) 방법을 이용하여 영상에 포함된 잡음을 줄이는 방법을 제시하였으며, Van De Ville 등 (2003)은 잡음과 특징을 가능성으로 표현하는 소속함수(membership function)에 기반한 모호한(fuzzy) 연산을 활용하여 영상의 잡음과 특징을 구별해 내어 잡음을 제거하는 방법을 제안하였다.

잡음 모형은 잡음의 분포에 대한 가정을 기반으로 한 가우시안 잡음 모형, 균일 잡음 모형, 영상이 가질 수 있는 극한 값을 갖는 임펄스 잡음(impulse noise) 모형으로 분류할 수 있으며, 일반적으로 가우시안 잡음 제거에 관한 연구는 잡음이 가우시안 분포의 특성을 가진다는 가정과 잡음의 분산을 안다는 가정 하에 잡음을 추정하고 제거하는 과정이 포함된다 (Gonzalez와 Wood, 2016). Kim과 Nam (2009)은 영상의 방향성에 따른 분산의 동일성에 대한 바틀렛(Bartlett) 검정을 통해 잡음을 줄이는 알고리즘을 제시하였으며, Kim (2012)은 블록 간의 분산의 동일성 검정에 기반한 잡음 제거 알고리즘을 제시하였다. Song 등 (2013)은 임펄스 잡음 하에서 특정 임계치(threshold)에 따라 컨볼루션(convolution) 연산의 가중치가 변환되는 스위칭 메디안 필터(switching median filter)에 영상의 국소적 상관계수를 이용하여 잡음을 제거하는 방법을 제시하였다.

기존의 잡음 제거에 대한 연구는 잡음에 대한 특정 분포에 대한 가정, 또는 특정한 잡음 상황을 가정하여 진행되어왔다. 따라서 가정이나 상황이 어긋날 경우 잡음 제거에 있어서 문제가 발생할 수 있으므로 가정을 완화하는 것이 때로는 추론의 효율을 높이고 잘못된 추론의 결과를 도출할 가능성을 줄일 수 있다. 이와 같은 방법을 비모수(nonparametric) 방법이라고 하며 이는 분포에 대해 특정한 형태를 가정하지 않는 통계적 방법을 말한다.

Efron (1979)은 비모수 상황에서 관심 모수에 대한 추론을 위하여 주어진 자료만으로 추론을 가능하게 하는 붓스트랩(bootstrap) 방법을 제안하였다. 붓스트랩은 '가죽끈의 손잡이'라는 사전적 의미에서 나온 용어로, 자신의 신발을 신기 위하여 신발에 부착된 가죽끈(bootstrap)을 스스로 당겨 올리는 상황을 붓스트랩 방법에 비유하여 유래된 용어이다. 이는 주어진 자료에 대한 재표집(resampling) 방법을 사용하여 경험적 분포함수(empirical distribution function)를 만들고 이를 통해 비모수적인 추론을 가능하게 한다.

본 연구에서는 잡음에 대한 가정 없이 영상에 포함된 잡음을 제거하기 위하여 가정을 필요로 하지 않는 비모수 방법을 고려하고자 한다. 이러한 방법의 특징을 확인하고 영상처리 분야에서 사용하고 있는 다양한 영상처리 방법들과 연계한 영상에 포함된 잡음을 제거하는 알고리즘을 제시해 보고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 본 논문에서 다루는 영상처리의 여러 개념과 영상 미분, 에지 검출기를 소개한다. 제3장에서는 영상에 포함된 잡음 수준을 찾기 위해 Fligner-Killeen 검정을 소개하고 붓스트랩 방법을 활용한 잡음 제거 알고리즘을 제안하고 이 알고리즘의 성능을 확인할 수 있는 모의실험의 결과를 제시한다. 마지막 장에서는 본 논문을 종합적으로 정리하고 요약하여 논문을 마무리하기로 한다.

2. 영상 처리 개요

2.1. 영상 처리

시각적인 측면에서 정보를 기록하거나 표현하는 하나의 방법인 영상은 동영상보다는 정지 영상인 그림이나 사진을 뜻한다. 최근에는 컴퓨터와 전자기기를 사용하여 영상을 처리하는 것이 보편화되었으며 최근의 영상처리는 디지털 영상처리(digital image processing)를 일컫는다.

영상처리는 영상을 개선하는 다양한 기술들이 존재하며 왜곡되거나 열화된(blurring) 영상에 대하여 사전지식을 이용하여 영상을 향상시키거나 재구성하는 영상복원(image restoration)이 있다. 특히, 영상복원에서 잡음에 의한 오염된 영상은 본래의 영상에 잡음이 혼재되어 나타나며 영상에 포함된 잡음을 제거하는 것이 중요하다. 따라서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + n(x, y),$$

여기서 d는 잡음에 의해 오염된 영상, h는 필터 마스크, f는 원 영상, n은 잡음을 나타낸다.

영상처리 분야에서 특징과 잡음을 구별하기 위해 자주 사용되는 도구는 통계학에서 분산의 추정치인 표본 분산 또는 표준편차의 추정치인 표본 표준편차이다. 영상의 잡음 수준이 높고 낮음을 영상 화솟값들의 표본 분산 또는 표본 표준편차를 사용하여 확인한다. 그러나 단순한 표본의 통계량만을 사용하여 영상의 특징의 보존하면서 잡음을 제거하는데 한계가 존재한다.

영상을 처리하는 절차 또는 장치를 필터 마스크(filter mask), 필터 또는 마스크라고 하는데 여기서 필터는 공간 필터(spatial filter)를 말하며 공간 필터를 사용하는 공간 필터링은 영상을 지역적 좌표(종축, 횡축)에서 필터 처리를 수행하는 것을 의미한다. 이러한 공간 필터는 크게 컨볼루션과 같이 선형 변환 과정을 통하는 선형 공간 필터와 선형적인 변환으로 계산할 수 없는 비선형 연산을 기반으로 하는 비선형 공간 필터로 나눌 수 있다. 컨볼루은 이미지 위에서 필터 마스크가 움직이는 과정이며, 필터 마스크가 지나가는 영상의 화소값들에 대한 필터 마스크가 가진 가중치와의 가중합(sum of product)을 의미한다. 컨볼션은 필터 마스크가 가진 가중치를 x축, y축을 반전시킨 다음$(-s, -t)$ 우측 또는 하단으로 하나씩 이동하여 가중합을 계산하는 연산이다 (Gonzalez와 Wood, 2016). 선형 공간 필터를 이용한 영상처리는 2차원의 선형 변환 과정인 2차원 컨볼루션을 수행하며 $m \times n$ 크기의 필터 마스크 h를 이용한 공간 필터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(x, y) = \sum_{i=-s}^{s} \sum_{j=-t}^{t} h(i, j) f(x + i, y + j),$$

여기서 $s = (m-1)/2$이고, $t = (n-1)/2$이다. 선형 공간 필터에서 사용되는 필터 마스크는 홀수 크기를 가진 정방형 필터 마스크가 사용되며 사용되는 필터 마스크의 계수 값(가중치)에 따라 영상을 강조하거나 평활화하므로 필터 마스크의 가중치 선택에 따라 공간 필터의 특징을 결정짓는다. 공간 필터에는 저주파 성분을 남기고 고주파 성분을 제거하는 저주파 통과 필터, 고주파 성분을 남기고 저주파 성분을 제거하는 고주파 통과 필터 등이 있다. 저주파 통과 필터는 신호 성분 중 저주파 성분은 통과시키고 고주파 성분은 차단하므로 주로 잡음을 제거하거나 평활화되거나 열화된 영상을 얻을 때 사용하는 필터이다. 저주파 통과 필터는 필터 마스크의 모든 계수가 양수이고 전체 합이 1인 필터 마스크가 사용되며, 저주파 통과 필터에 가우시안 함수(Gaussian function)를 이용하여 필터 마스크의 계수를 결정하는 가우시안 필터를 나타내면 다음과 같다.

$$h_G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\},$$

여기서 σ는 가우시안 필터의 평활화 폭을 조절하는 표준편차이다. σ를 큰 값으로 설정하면 가우시안 함수의 넓게 퍼지기 때문에 평활화가 강하게 이루어지며 작은 값의 경우에는 원 영상을 반환한다. 가우시안 함수는 단봉형의 함수이기 때문에 중앙의 화솟값과 먼 거리에 있는 화솟값들을 표준편차의 크기를 가중치로 사용하여 감소시키고 이 가중치로 연산한 평균값을 필터 내의 화솟값들로 출력한다. σ가 증가할수록 가우시안 함수의 단봉의 넓이가 넓어지므로 필터의 크기도 증가해야 가우시안 필터의 성질을 유지할 수 있다. 고주파 통과 필터는 저주파 차단 필터라고도 하며 신호 성분 중 고주파 성분은 통과시키고 저주파 성분은 차단하는 필터이다. 고주파 통과 필터는 흐려진 영상을 개선하는 첨예화(sharpening) 작업을 수행하며 세밀한 부분을 강조하는데 쓰인다. 고주파 통과 필터에서 사용되는 마스크는 마스크의 중심에서는 양의 값을 가지고 바깥 경계는 음의 값을 가지며 고주파 통과 필터 영상은 원본 영상에서 저주파 통과 필터링으로 얻은 영상을 빼는 방법으로도 얻을 수 있다. 고주파 필터는 앞서 언급하였듯이 세부 영상을 강조하지만 낮은 주파수에 해당하는 성분의 손실도 발생시킨다. 따라서 이러한 손실을 막기 위해 고주파 필터링 영상은 원래 영상의 밝기를 증가시킨 후 저주파 영상을 감소시키는 고주파 강조(high-boost) 필터를 사용한다. 고주파 강조 필터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{HighBoost} = H_B\text{Original} - \text{Lowpass}$$

H_B는 고주파 강조 필터의 가중치이며 H_B가 1인 경우 고주파 강조 필터를 통과한 영상은 고주파 통과 필터링의 결과와 같으며, $H_B > 1$일 때에는 원래의 영상에 고주파 통과 필터링의 영상이 더해지는 것과 같은 효과를 가진다. 이를 통해 저주파 성분 중 일부를 복원하게 된다. 고주파 강조 필터는 영상에 대한 한 번의 컨볼루션으로 수행될 수 있으며 여기서 중심 계수는 $\omega = 9H_B - 1$이다. 고주파 강조 필터는 H_B가 증가할 때 원래 영상의 배경을 더 많이 반영하므로 필터링된 영상은 원 영상을 더 많이 반영하게 된다. 따라서 낮은 주파수가 많이 존재하는 영상에 고주파 강조 필터를 사용하면 명도의 차이가 커지면서 영상이 좀 더 밝아 보이게 해준다.

2.2. 영상 미분

에지(edge)는 화소들의 집합으로 영상의 영역과 경계를 구분하기 위한 개념으로 볼 수 있으며, 영상의 밝기가 급격하게 변하는 화소를 의미하기 때문 지역적 밝기 변화를 검출하기 위해 사용된다. 에지는 영상의 지역적 밝기 변화에서 나타나며 밝기 변화율의 개념으로 생각할 수 있다. 밝기 변화율은 영상 미분을 통하여 확인할 수 있으며 이러한 영상 미분은 에지 또는 다른 불연속 화소들을 강조해 준다. 영상 미분은 지역적 밝기 차이에 의해 정의되며 1차 미분의 정의는 다음과 같다.

(1) 일정한 밝기 영역에서는 화소는 0을 가진다.

(2) 밝기 계단이나 밝기 비탈(ramp)의 시작 부분에서 화소는 0이 아니다.

(3) 비탈에서 화소는 0이 아니다.

2차 미분의 정의는 다음과 같다.

(1) 일정한 밝기 영역에서는 화소는 0을 가진다.

(2) 밝기 계단이나 비탈의 시작 및 끝에서 화소는 0이 아니다.

(3) 일정한 기울기(gradient)의 비탈에서 화소는 0이다.

비탈은 밝기가 감소하는 영역을 말하며 밝기 계단은 밝기가 증가하기 시작하는 부분을 말한다. 영상처리에서는 디지털 영상들을 다루므로 가능한 밝기 변화는 유한하고 화소의 밝기 변화가 생길 수 있는 가

장 짧은 거리는 인접한 화소간이다. 함수 $f(x)$의 점 x에서의 1차 미분에 대한 근사화는 함수 $f(x + \triangledown x)$를 테일러(Taylor) 급수 전개하여 구할 수 있으며 밝기 변화가 생길 수 있는 가장 짧은 거리는 인접한 화소이므로 $\triangledown x$를 1로 설정하면 다음과 같다.

$$f(x+1) = f(x) + f'(x) + \frac{1}{2!}f''(x) + \cdots$$
$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x).$$

따라서 1차 미분은 인접한 화소와의 차이를 의미한다. 2차 미분에 대한 근사는 1차 미분에 대한 근사를 한 번 더 미분하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f'(x)}{\partial x} = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1).$$

1차 미분과 2차 미분은 밝기가 일정한 영역을 만나게 되면 두 미분에 의한 연산 결과가 0이 된다. 비탈과 계단이 시작하는 곳에서는 1차 미분과 2차 미분의 연산 결과가 모두 0이 아니다. 또한 비탈에 따라 1차 미분과 2차 미분의 연산 결과도 모두 0이 아니다. 디지털 영상에서 에지는 비탈과 같은 부분으로 볼 수 있으며, 비탈에서 1차 미분의 결과는 0이 아니기 때문에 1차 미분을 이용한 연산은 비탈에서 넓은 에지를 생성한다. 2차 미분의 결과는 비탈 영역의 시작 부분과 끝부분에서만 값을 가지므로 좁은 에지 두 개를 생성한다. 그러므로 2차 미분은 영상의 미세한 변화를 잘 탐지하고 이에 따라 고립점, 얇은 선 또는 잡음이라고 생각할 수 있는 부분을 생성한다. 1차 미분은 미세한 변화에 둔감한 대신 큰 변화에 대해서만 나타낼 수 있다는 특징이 있다. 이러한 영상 미분의 성질을 활용한 것이 바로 에지 검출이다.

2.3. 에지 검출기

한 영상의 특정 위치 (x, y)에서의 에지를 찾는 방법은 영상 미분을 활용해야 하며 위치는 가로와 세로의 좌표에 의해 정의되므로 특정 위치에서의 영상 미분은 벡터로 표현되는 기울기이다. 에지는 영상의 위치에 따른 급격한 밝기의 변화를 의미하므로 이 벡터의 크기가 다른 위치보다 크다면 에지라고 할 수 있다. 이 기울기 벡터의 크기는 다음과 같으며

$$G(x, y) \approx |g_x| + |g_y| \approx \max(|g_x|, |g_y|),$$

여기서 g_x와 g_y는 기울기인 $\partial f/\partial x$와 $\partial f/\partial y$를 나타낸다. 또한 기울기 벡터의 방향은 다음과 같다.

$$D(x, y) = \tan^{-1}\left[\frac{g_y}{g_x}\right].$$

기울기 벡터의 방향은 x축을 기준으로 계산되며 (x, y)위치에서 에지의 방향은 기울기 벡터 방향에 대해 수직이며 이를 나타내면 다음과 같다.

$$D_{\text{edge}}(x, y) = \tan^{-1}\left[\frac{g_y}{g_x}\right] - 90°.$$

기울기 벡터를 구하는 방법은 컨볼루션 연산을 통하여 나타낼 수 있었다. 이처럼 기울기 벡터를 계산하기 위해 사용하는 필터 마스크를 기울기 연산자 혹은 에지 검출기라고 한다. 1차 미분 에지 검출기에는 프레위츠 연산자 뿐만 아니라 로버트 에지 검출기 (Roberts, 1965), 소벨 에지 검출기 (Sobel, 1970) 등이 있다. 2차 미분 연산을 이용하는 에지 검출기는 영상에 포함된 잡음을 민감하게 탐지한다. 2차 미분 에지 검출기에는 라플라시안(Laplacian) 에지 검출기와 (Rosenfeld와 Kak, 1982) 가우시안 라플라시안

에지 검출기가 (Marr와 Hildreth, 1980) 대표적인 2차 미분 에지 검출기이다. 영상의 2차 미분은 다음과 같다.

$$\bigtriangledown^2 f = (f(x, y+1) + f(x-1, y) + f(x+1, y) + f(x, y-1)) - 4f(x, y).$$

또한 이를 근사적으로 나타내면 다음과 같다.

$$g^F = (p_6 + p_4 + p_8 + p_2) - 4p_5,$$

여기서 p_2는 $f(x-1, y)$, p_4는 $f(x, y-1)$, p_6는 $f(x, y+1)$, 그리고 p_8은 $f(x+1, y)$를 의미한다. 만약 영상을 90° 방향으로 회전시키고 2차 미분 값을 구하면, 중심은 어느 방향으로 회전시켜도 화솟값은 동일하고 결과적으로 회전시키기 전의 2차 미분 값과 90° 방향으로 회전시킨 후의 영상의 2차 미분 값은 동일하다. 만약 180°, 270° 방향으로 회전시켜도 2차 미분 값은 동일하다. 라플라시안 에지 검출기는 회전불변(rotation invariant)이므로 등방성을 갖는다고 할 수 있다.

라플라시안 에지 검출기는 2차 미분 연산의 특징을 가지기 때문에 영상의 밝기가 불연속인 지점인 고립점, 가는 선, 그리고 잡음들에 민감하고 비탈과 같은 밝기에 둔감하다. 만약 영상에 포함된 잡음 수준이 높다면 라플라시안 에지 검출기를 이용한 에지의 탐색은 잡음에 강하게 영향을 받아 에지와 잡음을 구분하기 어려워질 것이다. 가우시안 라플라시안 에지 검출기는 이변량 정규밀도함수를 이용하여 원 영상의 밝기 수준을 고려하고 라플라시안 필터를 이용하여 에지를 찾아내는 검출기이다. 영상에 포함된 밝기의 평균적인 수준이 같더라도 검출되는 에지의 형태는 각기 다르다. 예를 들어 지붕형 에지를 갖는 영상에서 밝기 수준이 감소한다면 지붕의 형태는 가늘어지고 결과적으로 검출되는 에지는 더 가늘어질 것이다. 가우시안 라플라시안 에지 검출기는 이 점에 착안하여 무뎌진 에지는 큰 밝기 값을 출력하도록 에지 검출기의 가중치를 크게 하고 세세한 부분은 작은 가중치를 사용하도록 하였다. 가우시안 라플라시안 에지 검출기는 가우시안 필터를 2번 미분하여 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$\frac{1}{2\pi\sigma^2}\left\{\left[\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}\right]\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)\right\}.$$

가우시안 라플라시안 에지 검출기는 필터의 중심을 기준으로 반지름이 $\sqrt{2\pi}\sigma$인 원을 그리며 영점교차가 일어난다. 이것은 필터의 중심에서 필터의 가중치들이 거리에 비례하여 값이 증가하고 필터의 주변(marginal) 영역은 필터 가중치가 0으로 설정된다는 의미이다. Figure 2.1에서 보이는 바와 같이 잡음이 포함된 영상에서 에지를 검출할 때, 가우시안 라플라시안 검출기가 일반적인 라플라시안 검출기보다 에지를 잘 찾아내는 것을 알 수 있다.

2.4. 캐니 에지 검출기

앞서 언급한 에지 검출기들은 영상의 지역적인 특징을 고려하지 않고 동일한 가중치를 사용하여 에지들을 검출한다. 좋은 에지 검출기는 영상에 포함된 에지들을 최대한 검출해야 하며 에지가 아닌 부분을 에지로 검출하면 안 된다. 또한 에지로 검출된 부분이 실제의 에지의 중심과 가깝게 검출해야 하며 에지를 중점적으로 보여주기 위해서 중심으로 검출된 에지를 제외한 나머지 근방은 에지로 검출하지 말아야 한다. 이러한 세 가지 목표를 달성하고자 제안된 에지 검출기가 캐니 에지 검출기이다 (Canny, 1986).

캐니 에지 검출기는 가우시안 필터를 사용하여 영상을 평활화한 후 1차 미분 에지 검출기를 통하여 넓은 에지들을 검출한다. 그리고 특정 영역에서 단 하나의 에지만을 강조하기 위하여 가장 강한 에지를 제외하고 다른 에지들은 제거하는 비최대 억압(non maximum suppression) 과정을 거쳐 영상의 특징 또는 에지들만 반환하는 필터 또는 알고리즘이다.

Figure 2.1. 2^{nd} derivation edge detection: Lena.

앞서 정의된 가우시안 필터 $h_G(x,y)$는 다음과 같으며

$$h_G(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

만약 상수 부분을 제외하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_G(x,y)=\exp\left\{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

원 영상을 $f(x,y)$라고 하면 가우시안 필터와 컨볼루션된 영상 $f_G(x,y)$은 다음과 같다.

$$f_G(x,y)=h_G(x,y)*f(x,y).$$

가우시안 필터와 컨볼루션된 영상에서 에지를 탐지하기 위해 소벨 에지 검출기와 같은 1차 미분 에지 검출기로 기울기 벡터의 크기 $G(x,y)$와 방향 $D(x,y)$을 계산하면 가우시안 필터의 전처리로 인해 잡음이 어느 정도 감소하고 $G(x,y)$는 강한 에지들 근방에 큰 크기를 가질 것이다. 비최대 억압은 강한 에지의 영향으로 강한 에지들만 $G(x,y)$를 가지도록 하는 과정이다. 비최대 억압은 강한 에지의 방향, 기울기 벡터를 판단하여 동일한 기울기를 가지는 $G(x,y)$를 제외하고 강한 에지 주변의 에지들은 제거하는 과정이며 기울기 벡터가 특정한 방향 범위에 존재하는지 확인하는 것이 에지의 방향을 확인하는 것이다.

요약하면 비최대 억압은 기울기 벡터들의 크기를 같은 방향으로 묶은 뒤 근방에서 작은 기울기 벡터를 0으로 반환하는 과정이다. 이러한 비최대 억압 과정을 거친 뒤 최종적으로 에지 여부를 판단하기 위해 이력 문턱치(hysteresis thresholding) 처리 과정을 거친다. 이력 문턱치 처리는 억압된 영상(suppression image) $C_s(x,y)$가 높은 문턱치 T_h를 넘지 못하면 0을 반환하고 낮은 문턱치 T_l를 넘지 못하면 0을 반환하는 두 개의 문턱치를 사용하는 과정이다. 이러한 이력 문턱치 처리 과정을 거치게 되면 확실한 에지들인 $C_{sh}(x,y)$와 약한 에지들인 $C^*_{sl}(x,y)$를 얻을 수 있다. 여기서 하단 첨자 s는 억압된 영상, l은 낮은 문턱치, h는 높은 문턱치를 지시하는 첨자이다. $C_{sh}(x,y)$에 있는 모든 화소들은 에지인 화소들이고 $C^*_{sl}(x,y)$의 경우에는 연결성 분석을 통해 유효한 화소들을 검출해야 한다. 연결성 분석

(a) Lena 원 영상 (b) 캐니 에지 검출기 영상

Figure 2.2. Canny edge detection: Lena.

은 0이 아닌 $C_{sh}(x, y)$의 위치의 $C_{sl}^{*}(x, y)$에서 연결된 성분을 가지는지 확인하는 것이다. $C_{sl}^{*}(x, y)$에서 연결 성분이 존재한다면 연결 성분만을 에지로 판단하고 그렇지 않으면 0을 반환하는 $C_{sl}^{**}(x, y)$를 얻는 과정이 연결성 분석이다. 마지막으로 $C_{sh}(x, y)$에서 검출된 에지와 $C_{sl}^{**}(x, y)$를 함께 출력하여 최종 영상을 얻는다. 요약하면 캐니 에지 검출기는 다음과 같은 과정을 통하는 검출기이다.

단계 1. 가우시안 필터로 영상의 잡음을 줄인다.

단계 2. 소벨 검출기를 이용하여 기울기 벡터의 크기와 방향을 얻는다.

단계 3. 기울기 크기에 대하여 비최대 억압을 적용한다.

단계 4. 이력 문턱치 처리를 한다.

단계 5. 연결성 분석을 통해 유효 에지들을 판단한다.

Canny는 상한 문턱치와 하한 문턱치 값의 비율을 $2:1$ 또는 $3:1$로 제안하였다. 본 연구에서도 상한은 0.75 하한은 0.25로 하여 캐니 에지 검출치를 사용하였다. Figure 2.2는 캐니 에지 검출기를 이용하여 에지를 검출한 Lena 영상이다. Figure 2.2에서 확인할 수 있듯이 캐니 에지 검출기는 영상의 윤곽들을 명확히 검출하고 불필요한 에지들을 제거하는 역할을 수행한다는 것을 확인할 수 있다.

3. 영상의 잡음 수준을 고려한 잡음 제거 알고리즘

3.1. 영상의 전체의 잡음과 필터 마스크의 잡음의 비교

영상의 특정 필터 마스크에서 잡음이 포함되거나 특징이 포함된다면 특정 필터 마스크의 분산은 영상 전체의 분산과 차이를 보이게 될 것이다. 반대로 영상 전체의 분산과 특정 필터 마스크의 분산이 차이를 보이지 않는다면 잡음이 약하게 포함되거나 밝기 수준이 동일한 영역의 영상일 것이다. 특정 필터 마스크 f내의 화솟값들을 1차원 형식으로 나타내면 $\mathbf{O}^f = [O_1^f, O_2^f, \ldots, O_{w^2}^f]$이고 이때 $\mathbf{O}^f$의 표본 분산을 σ_f^2라고 하자. 또한 영상 전체를 H라고 하면 $\mathbf{O}^H = [O_1^H, O_2^H, \ldots, O_{W_x \times W_y}^H]$이고 이때 $\mathbf{O}^H$에 대한 분산을 σ_H^2라고 하자. 여기서 w는 필터 마스크 행 또는 열의 크기이고 W_x와 W_y는 영상 전체의 행과 열의 크기이다. 특정 필터 마스크 f의 잡음과 영상 전체 H의 잡음의 비교는 다음과 같은 가설에 대한 분산의 동일성 검정을 수행하는 과정이다.

$$H_0 : \sigma_f^2 = \sigma_H^2 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \text{not } H_0.$$

만약 필터 H의 영상에 잡음이 강하게 포함되었다면 영가설을 기각할 것이고 중심 필터의 영상에 잡음이 약하게 포함되거나 특징 없는 평활한 영역이라면 영가설을 기각하지 못할 것이다.

3.2. Fligner-Killeen 검정

두 집단 $X_1, \ldots, X_m$과 $Y_1, \ldots, Y_m$는 각각 $F[(x-\eta_1)/\tau]$와 $F[(y-\eta_2)/\sigma]$의 모집단 분포에서 추출된 확률표본이라고 하고 η_1과 η_2는 각각과 X와 Y의 모중위수이며, τ와 σ는 각 분포의 척도 모수이다. Fligner와 Killeen (1976)는 두 집단의 분산의 동일성 검정을 위하여 전체의 중위수에 대한 절대 편차(absolute deviance)에 대한 스코어(score) 함숫값을 토대로 검정을 진행하는 검정 방법을 제안하였다. Fligner와 Killeen는 척도모수와 모중위수는 같다는 가정 하에서 척도모수가 같지 않다는 검정을 진행한다. 따라서 영가설과 대립가설을 다음과 같다.

$$H_0: \frac{\sigma}{\tau} = 1,\ \eta_1 = \eta_2 \quad \text{vs.} \quad H_1: \frac{\sigma}{\tau} \neq 1.$$

$M = M(X_1, \ldots, X_m, Y_1, \ldots, Y_m)$을 전체의 표본 중위수라고 하고, 각 집단의 중위수와의 절대거리를 $V_i = |X_i - M|$과 $W_j = |Y_j - M|$라고 하자. R_i는 전체의 중위 절대거리 (V, W)에서의 V_i의 순위를 나타낸다. 이 순위의 스코어 함수의 합이 검정통계량 T_N이며 다음과 같다.

$$T_N = \sum_{i=1}^{m} a_N(R_i).$$

스코어 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$a_{N,R_i} = \phi^{-1}\left(\frac{1}{2} + \frac{R_i}{2N+2}\right),$$

여기서 $\phi(\cdot)$은 표준정규분포의 누적분포함수이다. 만약 집단이 k개인 경우에 $i = 1, \ldots, k$이고 각 집단 j의 표본 수는 n_i라고 하자($j = 1, \ldots, n_i$), 각 집단 별 표본의 중위 절대거리는 $R_{ij} = |X_{ij} - M_i|$이고 스코어 함수 $a_{N,R_{ij}(\cdot)}$는 $\phi^{-1}(1/2 + R_i/(2N+2))$이다. 이 스코어 함수를 토대로 카이제곱 검정을 실시할 수 있으며 검정통계량은 다음과 같다.

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i \frac{(\overline{A_i} - \overline{a})^2}{V^2},$$

여기서 X^2는 근사적으로 자유도가 $k-1$인 카이제곱 분포를 따른다. $\overline{A_i}$는 i번째 집단의 평균 스코어이며 $\overline{a}$는 모든 스코어의 평균이고($\overline{a} = 1/N \sum_{I=1}^{N} a_{N,I}$), $V^2 = (1/(N-1)) \sum_{I=1}^{N} (a_{N,I} - \overline{a})^2$이며 $a_{N,I} = \phi^{-1}(1/2 + R_I/(2N+2))$이다. 여기서 N은 총 표본 수($N = \sum_j^k n_i$), I는 집단 구분을 하지 않은 개별 개체를 나타낸다. 특히, Fligner와 Killeen의 방법은 모평균에 대한 가정 없이 다른 어떤 분산의 동일성 검정 방법보다도 로버스트(robust)하며 검정력(power)이 높은 방법으로 알려져 있다 (Conover 등, 1981). 본 연구에서 X는 필터 내의 영상 값 $O^{\theta=f} = [O_1^\theta, O_2^\theta, \ldots, O_{w^2}^\theta]$이고, Y는 전체 영상의 영상 값 $O^{\theta=H} = [O_1^\theta, O_2^\theta, \ldots, O_{W_x \times W_y}^\theta]$으로 가설검정을 실시하였다. 만약 $P[X^2 > \chi^2_{\alpha/2,1}]$와 $P[X^2 > \chi^2_{1-\alpha/2,1}]$의 합이 유의수준 α보다 작은 경우에 영가설을 기각하고 특정 필터 마스크의 분산과 영상 전체의 분산이 차이가 있다는 결론을 도출하였다.

3.3. 붓스트랩 방법

붓스트랩은 통계적 추론에 대한 시뮬레이션 방법으로 컴퓨터 연산 기법과 통계적인 방법으로 결합으로 생각할 수 있다. 붓스트랩은 표본수가 작거나 자료가 특정한 분포를 가정할 수 없는 등, 일반적인 가정이 적합하지 않고 추론에 대한 상황이 복잡하거나 이론적 배경이 부족할 때 사용할 수 있다.

통계적 추론에서 모집단 분포 F에 대한 정보가 없고 단지 표본 $x = (x_1, \ldots, x_n)$의 정보만 주어진 경우 모집단의 분포를 알아내고자 할 때 경험적 분포함수를 사용할 수 있다. 경험적 분포 함수 $\hat{F}_n(x)$은 지시 함수(indicator function) $I(\cdot)$를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(x_i \le x).$$

또한 대수의 강법칙(strong law of large numbers)에 의해 $n \to \infty$이면 모든 x에 대하여 다음이 성립하므로 $\hat{F}$은 $F(x)$의 일치추정량이다.

$$\hat{F} \xrightarrow{\text{a.s.}} F(x).$$

붓스트랩 절차는 하나의 표본에 의해 정의된 경험적 분포로부터 단순히 재표집하는 절차이다.우리가 획득한 자료가 임의의 확률 분포 F에서 추출된 표본으로 이루어져 있다고 하고 모수를 θ라고 하면 추정량 $\hat{\theta} = T(x)$의 정확성을 확인하기 위하여 이차 적률 $m_2(F) = E_F(\theta - \hat{\theta})^2$에 기반한 통계량을 정의하면 다음과 같다.

$$\sigma(F) = \left(\frac{m_2(F)}{n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

이 통계량은 F로부터의 크기가 n인 표본에 대한 추정량의 표준편차이다. $m_2(F)$를 알 수 없기 때문에 경험적 분포 $\hat{F}$을 토대로 $\sigma(F)$를 구할 수 있다. $\hat{F}$는 각각의 관측 값 x_i에 대하여 $1/n$의 확률을 가진다. 그렇게 되면 기존의 F대신 표본에 대한 경험적 분포 $\hat{F}$를 사 용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma} \equiv \sigma\left(\hat{F}\right) = \left(\frac{m_2(\hat{F})}{n}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

이것은 $\hat{\theta}$에 대한 추정된 표준오차이며 이것이 표준오차에 대한 붓스트랩 추정량이다. 재표집은 난수(random number)를 사용하여 무작위적(randomly) 복원(with replacement) 추출을 토대로 이루어진다. $\hat{\theta}_n$은 표본 $x = (x_1, \ldots, x_n)$의 모수 θ의 추정량이라고 하고, $\hat{\theta}(b)_n$은 x로부터 n의 표본 크기로 재표집하여 구성한 b번째 재표집 추정량이다 (단, $b = 1, \ldots, B$). $\hat{\sigma}_B$를 $\hat{\theta}(b)_n$의 표준편차라고 하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_B = \left\{\frac{\sum_{b=1}^{b}\left(\hat{\theta}(b)_n - \hat{\theta}(\cdot)\right)^2}{B-1}\right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\hat{\theta}(\cdot) = \frac{\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}(b)_n}{B}.$$

만약 $B \to \infty$이면 $\hat{\sigma}_B$는 $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}(F)$에 수렴하고 재표집 횟수가 3,000회 이상이면 $\hat{\sigma}_B$와 $\hat{\sigma}$간의 차이가 거의 없다고 알려져 있다 (Efron과 Tibshirani, 1986). 그리고 표본의 크기가 20개 보다 작더라도 추론의 결과가 적합하다고 알려져 있다 (Hall, 1992). 특히 붓스트랩 방법은 추정치의 성질이 일반적으로 알려져 있지 않거나 복잡한 경우 효과적으로 추론이 가능하다.

3.4. 영상에 포함된 잡음의 수준

제 2장에서 서술한 바와 같이 라플라시안 에지 검출기와 소벨 에지 검출기는 각각 2차 미분 에지 검출기와 1차 미분 에지 검출기이다. 라플라시안 에지 검출기는 잡음에 민감하게 반응하고 소벨 에지 검출기

는 잡음에 둔감한 특징을 가진다. 또한 캐니 에지 검출기는 가우시안 필터를 사용해 영상의 잡음을 최대한 줄이고 1차 미분 에지 검출기인 소벨 에지 검출기를 사용한 뒤 비최대 억압이라는 과정을 거쳐 영상에 포함된 특징들만 보다 선명하게 검출하는 특징을 가지고 있다. 라플라시안 에지 검출기를 이용해 영상을 전처리하고 난 뒤 다시 캐니 에지 검출기를 사용하면 라플라시안 에지 검출기에서 검출되는 잡음들이 어느 정도 감소하고 에지들을 검출할 것이다. 또한 원 영상에서 일반적인 캐니 에지 검출기를 사용하면 앞서 확인한 바와 같이 선명한 에지들을 검출할 것이다. 만약 영상에 포함된 잡음 수준이 낮다면 라플라시안 에지 검출기로 전처리한 뒤 캐니 에지 검출기(라플라시안-캐니 에지 검출기)를 이용하여 처리한 영상과 소벨 검출기로 전처리한 캐니 에지 검출기(소벨 캐니 에지 검출기)의 영상을 비교하면 영상의 에지들이 비슷하게 검출될 것이다. 반대로 잡음 수준이 높다면 캐니 에지 검출기의 영상보다 라플라시안-캐니 에지 검출기의 영상에서 더 많은 에지들이 검출될 것이다. 이는 1차 미분 에지 검출기인 소벨 검출기는 세밀한 에지보다 강한 에지에 반응하고 2차 미분 에지 검출기인 라플라시안 검출기는 세밀한 에지와 잡음에 민감하기 때문이다.

에지로 검출된 영역의 밝기 수준과 영상 전체의 밝기 수준의 차이는 분산의 동일성 검정으로 생각할 수 있으며 각 캐니 에지 검출기 영상에서 전체 분산과 특정 영역의 분산의 차이가 나는 영역은 특징이 존재하는 영역으로 볼 수 있으며 이는 분산의 동일성 검정에서 영가설을 기각한 것과 같다. 그러므로 소벨 캐니 에지 검출기의 영상에서 분산의 동일성 검정을 기각하는 횟수와 라플라시안-캐니 에지 검출기의 영상에 분산의 동일성 검정을 기각하는 횟수는 잡음의 수준에 영향을 받을 것이다. 따라서 영상에 포함된 잡음의 수준을 나타내는 비율 P는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P \simeq \frac{\text{라플라시안-캐니검출기에서 영가설을 기각한 횟수}}{\text{소벨-캐니검출기에서 영가설을 기각한 횟수}}.$$

라플라시안-캐니 에지 검출기에서 영가설을 기각한 횟수는 잡음 수준이 높아질수록 잡음을 에지로 검출하는 라플라시안 에지 검출기의 특성에 영향을 받아 전체 분산과 필터 내의 분산의 차이가 없어지므로 감소하게 되고, 반대로 소벨 캐니 에지 검출기의 영가설 기각 횟수는 잡음 수준이 높더라도 강한 에지에만 반응하므로 라플라시안-캐니 에지 검출기에 비하여 일정한 수준을 유지할 것이다. 즉, 잡음 수준이 낮다면 비율 P는 1또는 1보다 큰 값을 가지고 잡음 수준이 높다면 P는 0에 가까운 값을 가진다. 하지만 각 검출기의 기각 비율 P는 0과 1사이에서 정의되어야 하나 정확하게 0과 1사이에 정의되지 않으므로 잡음 수준 P를 정확히 0과 1사이에서 정의하기 위하여 0과 1 사이에서 정의되는 함수를 사용해야 한다. 통계학에서 베타분포(beta distribution)는 양수인 두 개의 형상모수 α와 β에 영향을 받는 분포로 $[0,1]$의 구간에서 정의되는 연속성 분포이다. 베타분포의 확률밀도함수는 $f(x) = (1/B(\alpha,\beta))x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$, $x \in [0,1]$이고 (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$), 베타분포의 누적분포함수는 다음과 같은 불완전한 베타함수로 표현할 수 있다.

$$0 \le F(x) = \int_0^x t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}dt \le 1.$$

베타분포의 누적분포함수는 정의역은 $[0,1]$의 구간이고 치역도 $[0,1]$의 구간에서 정의되며 비감소 함수이다. 특히 $\alpha = 1, \beta = 1$인 경우 기울기가 1이고 α와 β의 비율에 따라 베타분포의 누적분포함수는 기울기가 특정 영역에서 변화하는 특징을 가진다. 잡음 수준이 낮다면 더 작은 P를 반환해야 하므로 α를 β에 비하여 작은 값을 부여하고 잡음 수준이 높다면 α를 β보다 더 큰 값을 부여한다. 0과 1에서 정의되는 잡음 수준 P는 다음과 같다.

$$P = F\left\{1 - \frac{\text{라플라시안-캐니 검출기에서 영가설을 기각한 횟수}}{\text{소벨-캐니검출기에서 영가설을 기각한 횟수}}\right\}.$$

정확한 P를 얻기 위해서는 모든 화소의 필터 마스크에서 영상 전체의 분산 수준에 대하여 분산의 동일성 검정을 수행해야 한다. 만약 영상의 크기가 50×50 크기의 영상이라면 2,500번의 검정을 수행하면 되나 영상의 크기가 500×500인 경우에는 250,000번의 검정을 수행해야 하므로 많은 시간이 소요된다. 이 경우 전술한 붓스트랩 방법을 사용하여 잡음 수준 P를 추정한다면 영상의 모든 영역에서 분산의 동일성 검정을 수행하지 않고도 근사적인 P를 얻을 수 있다. 따라서 잡음 수준 P를 획득하는 방법은 다음과 같다.

단계 1. 라플라시안-캐니 검출기로 처리한 영상 L과 소벨 캐니 검출기로 처리한 영상 S를 각각 준비한다.

단계 2. 각 영상에서 중심이 (i, j)이고 크기가 $w \times w$인 필터 H_L와 H_S를 무작위적으로 하나 추출한다. 여기서 H_L은 라플라시안-캐니 검출기로 처리한 영상에서 중심이 (i, j)이고 크기가 $w \times w$인 필터이고 H_S은 소벨 캐니 검출기로 처리한 영상에서 중심이 (i, j)이고 크기가 $w \times w$인 필터이다.

단계 3. 추출된 H_L와 H_S에서 L과 S의 분산 수준에 대한 Fligner-Killeen 검정을 정해진 유의수준($\alpha = 0.05$)에서 각각 수행하고 영가설이기각되면 $P_d^b = 1$ 영가설을 기각하지 못하면 $P_d^b = 0$을 저장한다. 여기서 $d = L, S$이고 $b = 1, 2, \ldots, B$이다.

단계 4. 단계 1–3을 B번 반복해 $P_d^B = (P_d^1, P_d^2, \ldots, P_d^B)$를 얻는다.

단계 5. $\hat{P}^* = (1/B)\sum_{i=1}^{B} P_i^L / P_i^S$ 계산하고 $\hat{P}^* > 1$인 경우 $\hat{P}^* = 1$로 대체한다.

단계 6. 베타분포의 누적분포함수를 통하여 잡음 수준을 $\hat{P} = F(1 - \hat{P}^*)$을 얻는다.

이를 토대로 영상에 포함된 잡음 수준 P를 확인하기 위하여 원 영상에 임의의 잡음을 추가하고 잡음이 추가된 영상을 토대로 잡음 수준 $\hat{P}$을 붓스트랩을 통해 추정하였다. 영상에 추가된 잡음은 영상처리 분야에서 일반적으로 많이 사용하는 가우시안 잡음과 균일 잡음이 혼합된 잡음($n_1(x, y)$) 및 이봉형 형태의 잡음($n_2(x, y)$)을 사용하였다. 따라서 잡음은 다음과 같다.

$$n_1(x, y) \sim N\left(0, \sigma^2\right) + U(-3\sigma, 3\sigma),$$
$$n_2(x, y) \sim N\left(0, \sigma^2\right)\left(1 - B\left(N^2, 0.4\right)\right) + N\left(40, \sigma^2\right) B\left(N^2, 0.4\right).$$

잡음의 크기는 $\sigma = \{1, 5, 10, 20, 30\}$로 하였으며 반복 횟수 B는 1,000회 3,000회 5,000회 10,000회 20,000회로 하여 반복 횟수에 따른 차이도 확인하였다. 또한 필터 마스크의 크기는 5×5로 사용하였으며 사용한 원 영상은 영상처리 분야에서 널리 사용되는 Lena 영상으로 확인하였다. 이때 각 영상의 크기는 250×250이다. 영상처리는 R version 3.4.3을 통해 진행하였다. 잡음이 $\sigma = 1$과 $\sigma = 5$인 경우 모든 영상에서 작은 P가 획득되었음을 Table 3.1과 Table 3.2에서 확인할 수 있으며 잡음의 크기가 증가함에 따라 P의 크기도 증가하고 있음을 알 수 있다. 특히 잡음 수준 P가 $\sigma = 10$을 기준으로 크게 증가한다는 것을 확인할 수 있다. 또한 반복 횟수가 5,000회 미만인 경우에는 결과들이 안정적이지 않지만 반복 횟수가 5,000회를 넘어가는 경우에는 대부분의 결과들이 비슷하게 보이고 있으므로 잡음 수준 $\hat{P}$의 연산시간을 함께 고려한다면 5,000회에서 10,000회 사이가 바람직함을 알 수 있다. 또한 베타분포의 모수 α와 β값이 변화하는 경우에 따른 잡음 수준 $\hat{P}$도 확인해 보았다. 그 결과는 다음과 같다.

Table 3.3과 Table 3.6에서 확인할 수 있듯이 $\alpha = 1$, $\beta = 1$인 경우에 비하여 $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$인 경우 잡음 크기가 작을수록 더 큰 잡음 수준 $\hat{P}$를 보였으며 잡음 크기가 클수록($\sigma \geq 10$) 더 작은 잡음 수준 $\hat{P}$를 반환하였다. 반대로 α에 비하여 β가 더 큰 경우에는 잡음 크기가 클수록 더 큰 잡음 수준 $\hat{P}$를 보였으며 잡음 크기가 작을수록($\sigma \leq 10$) 더 작은 잡음 수준 $\hat{P}$를 반환하고 있음을 Table 3.4와 Table 3.5, Table 3.7과 Table 3.8의 결과에서 확인할 수 있다.

Table 3.1. Noise level for Lena with $n_1(x,y)$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.0279	0.0570	0.0056	0.0447	0.0706
5	0.1713	0.2340	0.2152	0.2763	0.2424
10	0.5944	0.5663	0.5457	0.5590	0.5780
20	0.7842	0.7586	0.7333	0.7672	0.7646
30	0.7455	0.8797	0.8730	0.8874	0.8807

Table 3.2. Noise level for Lena with $n_2(x,y)$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.0279	0.0570	0.0056	0.0447	0.0706
5	0.1713	0.2340	0.2152	0.2763	0.2424
10	0.5944	0.5663	0.5457	0.5590	0.5780
20	0.7842	0.7586	0.7333	0.7672	0.7646
30	0.7455	0.8797	0.8730	0.8874	0.8807

Table 3.3. Noise Level for Lena with $n_1(x,y)$ & $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.0019	0.0080	0.0001	0.0049	0.0122
5	0.0706	0.1291	0.1100	0.1768	0.1381
10	0.6462	0.6034	0.5715	0.5921	0.6214
20	0.8894	0.8629	0.8346	0.8721	0.8694
30	0.8485	0.9647	0.9607	0.9690	0.9653

Table 3.4. Noise Level for Lena with $n_1(x,y)$ & $\alpha = 2$, $\beta = 5$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.0459	0.0675	0.0198	0.0591	0.0760
5	0.1272	0.1544	0.1464	0.1721	0.1580
10	0.3068	0.2938	0.2845	0.2905	0.2992
20	0.4115	0.3948	0.3794	0.4003	0.3987
30	0.3867	0.4887	0.4821	0.4966	0.4898

최근에는 기술의 발달로 인하여 강한 잡음이 영상에 포함되는 경우는 드물고 약한 잡음이 영상에 포함되는 경우가 대부분이기 때문에 잡음의 크기가 작은 경우에 초점을 맞춘다면 α에 비하여 β가 더 크게 부여하는 것이 적절할 것이다. 특히 $\sigma \le 10$인 경우를 시각적으로 잡음의 수준이 높지 않다고 판단하면 이때의 잡음 수준이 0.55 근방에서 추정되므로 $P^* \ge 0.45$인 경우에는 $\hat{P}$이 0.5보다 작도록 α와 β를 사용해야한다.

3.5. 영상에 포함된 잡음 수준을 고려하는 잡음 제거 알고리즘

평균 필터나 중위수 필터는 잡음 제거를 위해 일반적으로 사용하는 잡음 제거 필터이다. 이 필터는 영상에 포함된 잡음의 수준을 고려하지 않고 필터 마스크 내의 화소의 평균값 또는 중위수 값으로 필터 마스크 내의 화솟값들을 대체하여 영상에 포함된 특징들을 평활화시켜 결과적으로 영상의 특징들을 열화

Table 3.5. Noise Level for Lena with $n_1(x,y)$ & $\alpha = 1, \beta = 3$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.0019	0.0080	0.0001	0.0049	0.0122
5	0.0706	0.1291	0.1100	0.1768	0.1381
10	0.6462	0.6034	0.5715	0.5921	0.6214
20	0.8894	0.8629	0.8346	0.8721	0.8694
30	0.8485	0.9647	0.9607	0.9690	0.9653

Table 3.6. Noise Level for Lena with $n_2(x,y)$ & $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.5627	0.4095	0.4338	0.4685	0.5570
5	0.5199	0.6503	0.6190	0.5742	0.5701
10	0.7919	0.7766	0.6879	0.8022	0.7678
20	0.9415	0.8466	0.8224	0.8734	0.8902
30	0.9284	0.9291	0.8911	0.8966	0.8975

Table 3.7. Noise Level for Lena with $n_2(x,y)$ & $\alpha = 2, \beta = 5$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.2819	0.2399	0.2465	0.2559	0.2803
5	0.2699	0.3081	0.2985	0.2852	0.2841
10	0.3595	0.3531	0.3203	0.3640	0.3495
20	0.4566	0.3857	0.3734	0.4011	0.4120
30	0.4430	0.4437	0.4127	0.4166	0.4172

Table 3.8. Noise Level for Lena with $n_2(x,y)$ & $\alpha = 1, \beta = 3$

σ	B				
	1000	3000	5000	10000	20000
1	0.5627	0.4095	0.4338	0.4685	0.5570
5	0.5199	0.6503	0.6190	0.5742	0.5701
10	0.7919	0.7766	0.6879	0.8022	0.7678
20	0.9415	0.8466	0.8224	0.8734	0.8902
30	0.9284	0.9291	0.8911	0.8966	0.8975

시키므로 잡음 수준이 낮음에도 불구하고 일방적인 평활화를 사용하는 것은 바람직하지 않다. 만약 잡음의 수준이 낮다면 원 영상을 반환하는 것이 평활화로 인한 영상의 열화를 막을 수 있을 것이고 반대로 잡음의 수준이 높다면 원 영상보다는 평균 필터를 통해 평활화된 영상을 반환하는 것이 바람직할 것이다. 영상에 포함된 잡음의 수준을 알아내는 것이 중요하다. 1차 미분 에지 검출기와 2차 미분 에지 검출기의 특징을 토대로 분산의 동일성 검정을 통해 획득된 $\hat{P}$는 잡음 수준이 낮을 경우 0에 가까운 값을 가질 것이고 잡음 수준이 높을 경우 1에 가까운 값을 얻을 것이다. 잡음 수준 $\hat{P}$를 원 영상과 평균 필터의 반영 비율로 생각한다면 제안하는 잡음 제거 알고리즘은 다음과 같다.

단계 1. 잡음이 포함된 영상 H에서 잡음 수준 $\hat{P}$를 얻는다.

단계 2. H를 평균 필터로 처리하여 평균 필터 영상 M을 얻는다.

Table 3.9. Peak signal-to-noise ratio for Lena with $n_1(x,y)$ & $B=5000$

σ	평균필터	중위수 필터	$\alpha=1, \beta=1$	$\alpha=2, \beta=5$	$\alpha=1, \beta=3$
1	22.3388	19.5741	45.3464	45.1588	45.3260
5	22.4578	19.8507	31.4519	31.8235	31.8669
10	21.4332	20.0692	25.6414	26.8452	25.4229
20	20.7022	19.6322	22.6501	22.3721	22.0336
30	20.0573	20.1965	20.9841	20.1983	20.3829

Table 3.10. Peak signal-to-noise ratio for Lena with $n_2(x,y)$ & $B=5000$

σ	평균필터	중위수 필터	$\alpha=1, \beta=1$	$\alpha=2, \beta=5$	$\alpha=1, \beta=3$
1	22.2494	19.4811	29.0092	34.2219	29.4695
5	22.1157	19.8587	26.6370	30.4266	26.0971
10	21.0714	20.2359	24.6291	26.6527	24.0011
20	21.4758	19.3360	23.3568	22.4946	22.8584
30	20.0460	20.5427	21.3457	19.6104	20.8770

단계 3. $\hat{H} = H \times (1-\hat{P}) + M \times \hat{P}$를 계산하여 잡음이 제거된 영상 $\hat{H}$를 얻는다.

3.6. 모의실험

위에서 제안된 잡음 제거 알고리즘의 성능을 확인하기 위하여 영상에 포함된 잡음 수준 $\hat{P}$를 이용하여 영상에 포함된 잡음을 제거해 보았다. 영상에 추가된 잡음은 잡음 수준 $\hat{P}$를 획득하는데 사용했던 가우시안 잡음과 균일 잡음이 혼합된 잡음($n_1(x,y)$) 및 이봉형 잡음($n_2(x,y)$)을 사용하였다. 잡음 모형은 다음과 같다.

$$n_1(x,y) \sim N\left(0,\sigma^2\right) + U(-3\sigma, 3\sigma),$$
$$n_2(x,y) \sim N\left(0,\sigma^2\right)\left(1 - B\left(N^2, 0.4\right)\right) + N\left(40,\sigma^2\right) B\left(N^2, 0.4\right),$$

여기서 B는 시행 횟수가 영상 픽셀의 개수 N^2이고 성공의 확률이 $p=0.4$인 이항분포이며 잡음의 크기는 $\sigma = \{1, 5, 10, 20, 30\}$로 하였다. 반복 횟수는 5,000회인 경우를 고려하였으며 베타분포의 모수는 $\alpha=1$, $\beta=1$, $\alpha=2$, $\beta=5$, $\alpha=1$, $\beta=3$의 경우를 고려하였다. 또한 필터 마스크의 크기는 5×5로 하였으며 원 영상은 Lena 영상을 사용하였다. 영상의 크기는 250×250이다. 영상처리는 R version 3.4.3을 통해 진행하였으며 제안한 알고리즘의 성능은 peak signal-to-noise ratio (PSNR)로 평가하였으며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{PSNR} = 10 \times \log_{10}\left\{\frac{\text{MAX}_I^2}{\text{MSE}}\right\}$$

여기서 MAX_I는 영상의 최대 화소값을 나타내며 255가 된다.

제안한 알고리즘은 평균 필터와 중위수 필터를 서로 비교하였으며 모의실험 결과는 Table 3.9와 Table 3.10과 같다. Table 3.9는 $n_1(x,y)$ 잡음이 포함된 Lena 영상의 필터 별 PSNR 값을 나타내고 있으며 Table 3.10은 $n_2(x,y)$ 잡음이 포함된 Lena 영상의 필터 별 PSNR 값을 나타낸다. 모의실험 결과 모든 경우에서 평균 필터와 중위수 필터보다 더 높은 PSNR 수치를 보이고 있다. 특히 $\alpha=2$, $\beta=5$인 경우에 잡음의 크기가 작은 경우 더 좋은 결과를 나타내었고 $\alpha=1$, $\beta=1$인 경우에는 잡음의 크기가 작은 경우에는 β가 α에 비하여 더 큰 경우보다는 성능이 조금 떨어지지만 잡음의 크기가 큰 경우에

Figure 3.1. Resulted images for Lena with $n_1(x,y)$ & $\sigma = 10$.

는 더 좋은 결과를 보여 로버스트(robust)한 성능을 보이고 있다. 영상에 포함된 잡음의 분산이 작을 때에는 잡음의 수준이 낮다고 판단하여 최대한 원 영상을 반영하고 잡음의 분산이 클 때에는 잡음의 수준이 높다고 판단하여 평균 필터의 영상을 반환하여 잡음을 줄여주고 있다. 기존의 방법들과의 비교에서도 영상에 포함된 잡음을 줄이면서 특징들을 잘 보존하고 있음을 알 수 있다. Figure 3.1은 $n_1(x,y)$ 잡음($\sigma = 10$)이 반영된 경우이며 Figure 3.2는 $n_2(x,y)$ 잡음($\sigma = 10$)이 반영된 경우이다. 보다 구체적으로 베타분포의 첨도와 분산을 고려하면 베타분포의 첨도와 분산은 각각 다음과 같다.

$$K_\beta = \frac{6[(\alpha-\beta)^2(\alpha+\beta+1) - \alpha\beta(\alpha+\beta+2)]}{\alpha\beta(\alpha+\beta+2)(\alpha+\beta+3)},$$

$$\sigma_\beta^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)},$$

$K_\beta = -0.12$인 경우 베타분포의 형태가 균등분포와 같은 평용(platykurtic)을 가져 누적분포함수로의 변환의 효과가 없으므로 적어도 $K_\beta \geq -0.12$를 만족하는 α와 β를 사용하여 변환의 효과를 얻어야 한다. 또한 베타분포의 분산이 작아질수록 베타분포의 누적분포함수가 급격하게 변하는 형태를 가지므로 베타분포의 분산이 너무 작지 않도록 α와 β를 설정해야한다($\sigma_\beta^2 > 0.01$). 따라서 잡음의 분산이 작은 영상을 처리한다면 $\alpha = 2$, $\beta = 5$로 설정하고 알고리즘을 사용하는 것이 좋으며 일반적인 경우에는 $\alpha = 1$, $\beta = 1$로 사용하여 로버스트한 결과를 얻는 것이 적절할 것이다.

3.7. 모의실험 결과 요약

1차 영상 미분과 2차 영상 미분의 특징을 가지고 있는 1차 미분 에지 검출기와 2차 미분 에지 검출기의 특징을 적절히 활용하였다. 특히 소벨 에지 검출기와 가우시안 라플라시안 에지 검출기를 각각 사용하

(a) $\sigma=10$인 $n_2(x,y)$잡음 영상 (b) 평균 필터로 처리한 영상

(c) 제안한 알고리즘($\alpha=1, \beta=1$) (d) 제안한 알고리즘($\alpha=2, \beta=5$)

Figure 3.2. Resulted images for Lena with $n_2(x,y)$ & $\sigma = 10$.

였으며 각 에지 검출기를 통해 전처리 후 캐니 에지 검출기를 사용하여 1차 미분 연산의 특징을 가진 영상과 2차 미분 연산의 특징을 가진 영상을 비교하고자 하였다. 이렇게 처리한 영상에 대하여 각 영상 별로 전체의 분산과 임의의 영역에 대한 분산의 동일성을 검정을 실시하였다. 분산의 동일성 검정은 모집단의 분포에 대한 가정이나 대표본 가정 없이 추론을 진행할 수 있는 Fligner-Killeen 검정 방법을 사용하였다. 이 방법은 다른 분산의 동일성 검정 방법에 비하여 로버스트한 것으로 알려져 있다. 최종적으로 영상에 포함된 잡음의 수준을 얻기 위해 붓스트랩 방법을 사용하였으며 붓스트랩 방법은 재표집을 통해 생성된 경험적 분포함수를 이용하는 방법으로 복잡한 통계량에 대한 추정과 검정을 가능하게 한다. 추정된 잡음의 수준을 0과 1사이에 정의하기 위해 베타분포의 누적분포함수를 사용하였으며 베타분포의 모수 α와 β를 적절히 조절하면 잡음의 크기에 따라 알고리즘의 성능을 변화시킬 수 있다. 본 연구에서 제안한 방법은 평균 필터나 중위수 필터에 비하여 더 개선된 결과를 보이고 있으며 붓스트랩의 반복 횟수가 5,000회 이상이면 모의실험 결과가 안정적이라는 것을 확인하였다. 또한 베타분포의 모수를 $\alpha = 2$, $\beta = 5$로 하여 사용한다면 잡음의 크기가 작은 경우에 더 좋은 결과를 보이고 있으며, 반적인 경우에는 $\alpha = 1$, $\beta = 1$로 사용하여 로버스트한 결과를 가져오는 것이 바람직할 것이다.

4. 결론

일반적으로 영상처리 분야에서 잡음을 제거하기 위해 표본 분산과 표본 표준편차를 사용하지만 이를 통해 잡음을 제거하는데 한계가 존재하며 잡음 모형에 대한 가정을 필요로 한다. 영상이 가진 특징과 잡음은 각각 특정한 분포를 가지고 있으며 특징과 잡음을 구분하기 위해서는 각 분포의 특징을 고려해야 한다. 기존에 사용된 잡음 제거 방법들은 잡음 모형에 대하여 확률분포를 가정하지만 잡음에 대한 특정한 분포를 가정을 할 수 없는 경우가 대부분이다. 영상의 특징은 부각시키면서 영상의 잡음을 제거하는 알고리즘은 영상의 지역적 특징들을 열화 시키지 않고 표현해야 하며 영상처리 분야에서 사용하는 공간 필

터는 필터 마스크를 도구로 하여 영상을 지역적으로 처리시켜주는 방법이다. 하지만 필터 마스크로 연산하는 화소들의 개수는 많지 않으며 일반적인 통계적 추론을 진행하기에는 부족하다. 영상에 포함된 잡음을 제거하기 위하여 영상의 지역적 특징을 고려하는 방법 이외에도 영상에 포함된 잡음의 수준을 파악하고 이를 토대로 잡음을 제거하고자 하였다. 1차 미분 연산은 영상의 강한 특징들을 검출하고 잡음에 대해서는 둔감하게 반응하는 특징이 있으며 2차 미분 연산은 강한 특징들뿐만 아니라 미세한 잡음에 대해서도 민감하게 반응하는 특징이 있다. 1차 미분 연산을 수행하는 소벨 에지 검출기와 2차 미분 연산을 수행하는 가우시안 라플라시안 에지 검출기를 사용하여 영상의 잡음 수준을 파악하고자 하였다. 특히 각 에지 검출기로 전처리한 후 뚜렷한 특징을 반환하는 캐니 에지 검출기를 사용하였다. 캐니 에지 검출기로 처리한 영상에 대하여 잡음 수준을 추정하기 위해 처리한 영상 별로 영상 전체의 분산과 임의의 영역에 대한 Fligner-Killeen 검정을 진행하였다. Fligner-Killeen 검정 방법은 비모수적인 분산의 동일성 검정 방법이며 다른 검정 방법보다 로버스트하다고 알려져 있다. 또한 모수적으로 정의되지 않는 잡음의 수준을 추정하기 위해 붓스트랩 방법을 사용하였으며 표본에 대해 재표집을 반복하는 붓스트랩 방법은 복잡한 추론을 가능하게 해준다. 붓스트랩 방법으로 추정된 잡음의 수준을 베타분포의 누적분포함수를 사용하여 0과 1사이의 값을 갖도록 하였다. 잡음 수준이 낮다면 베타분포의 모수 중 β를 α보다 크게 설정하고 잡음 수준이 높다면 α와 β를 각각 1로 설정해야 한다. 모의실험 결과 영상의 잡음 수준을 고려하는 알고리즘은 평균 필터나 중위수 필터에 비하여 더 뛰어난 성능을 가지고 있음을 확인하였으며 붓스트랩의 반복 횟수가 5,000회 이상이면 알고리즘이 안정적인 결과를 가진다는 것도 확인하였다.

References

Canny, J. (1986). Collision detection for moving polyhedra, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **5**, 200–209.

Conover, W. J., Johnson, M. E., and Johnson, M. M. (1981). A comparative study of tests for homogeneity of variances, with applications to the outer continental shelf bidding data, *Technometrics*, **23**, 351–361.

Efron, B. (1979). Computers and the theory of statistics: thinking the unthinkable, *SIAM Review*, **21**, 460–480.

Efron, B. and Tibshirani, R. (1986). Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy, *Statistical Science*, **1**, 54–75.

Fligner, M. A. and Killeen, T. J. (1976). Distribution-free two-sample tests for scale, *Journal of the American Statistical Association*, **71**, 210–213.

Gonzalez, R. C. and Wood, R. E. (2016). *Digital Image Processing* (3rd ed), Pearson Prentice-Hall, Delhi.

Hall, P. (1992). *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer, New York.

Jain, S., Jagtapb, V., and Pisea, N. (2015). Computer aided melanoma skin cancer detection using image processing, *Procedia Computer Science*, **48**, 735–740.

Khirade, S. D. and Patil, A. B. (2015). Plant disease detection using image processing. In *2015 International Conference on Computing Communication Control and Automation (ICCUBEA)*, (pp. 768–771), IEEE, Pune, India.

Kim, Y. H. (2012). Adaptive noise reduction algorithm for image based on block approach, *Communications for Statistical Applications and Methods*, **19**, 225–235.

Kim, Y. H. and Nam, J. (2009). Statistical algorithm and application for the noise variance estimation, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **20**, 869–878.

Marr, D. and Hildreth, E. (1980). Theory of edge detection, *Proceedings of the Royal Society B*, **207**, 187–217.

Peters, R. A. (1995). A new algorithm for image noise reduction using mathematical morphology, *IEEE Transactions on Image Processing*, **4**, 554–568.

Roberts, L. G. (1965). Machine perception of Three-dimensional solids. In J. T. Tippett, *et al.* (Eds), *Optical and Electro-optical Information Processing*, MIT Press.

Rosenfeld, A. and Kak, A. C. (1982). *Digital Picture Processing* (2nd ed), Academic Press, New York.

Sobel, I. E. (1970). *Camera Models and Machine Perception* (No. AIM-121), Computer Science Department, Stanford University.

Song, Y., Han, Y., and Lee, S. (2013). Effective impulse noise reduction method based on local correlation, *The Imaging Science Journal*, **61**, 47–56.

Toulouse, T., Rossi, L., Celik, T., and Akhloufi, M. (2016). Automatic fire pixel detection using image processing: a comparative analysis of rule-based and machine learning-based methods, *Signal, Image and Video Processing*, **10**(4), 647-654.

Van De Ville, D., Nachtegael, M., Van der Weken, D., Kerre, E. E., Philips, W., and Lemahieu, I. (2003). Noise reduction by fuzzy image filtering, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **11**, 429–436.

비모수 방법을 사용한 영상 잡음 제거 알고리즘

우호영[a] · 김영화[a,1]

[a]중앙대학교 응용통계학과

(2019년 7월 16일 접수, 2019년 8월 21일 수정, 2019년 8월 23일 채택)

요 약

영상처리 분야에서 중요한 분야인 잡음 제거는 통계적인 접근이 필요하지만 잡음에 대한 특정한 분포를 가정하기 어려우며 지역적 특징을 반영하는 공간 필터는 소표본에 해당하므로 모수적인 방법으로 접근할 수 없다. 1차 영상 미분과 2차 영상 미분은 영상에 포함된 잡음 수준에 따라 확연한 차이를 보이며 캐니 에지 검출기를 사용하면 보다 명확히 알 수 있다. 잡음 수준을 통계적으로 확인하고자 Fligner-Killeen 검정을 진행하고 붓스트랩 방법을 사용하였으며 추정된 잡음의 수준을 베타분포의 누적분포함수를 이용하여 0과 1사이의 값을 갖도록 하였다. 본 연구에서는 영상에 포함된 잡음 수준을 고려하는 잡음 제거 알고리즘을 제시하고자 한다.

주요용어: 붓스트랩, 에지 검출기, 영상처리, 영상 미분, 잡음 제거, 캐니 에지 검출기, Fligner-Killeen 검정

이 논문은 2017년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임 (No.2017R1D1A1B03031725).

[1]교신저자: (06974) 서울시 동작구 흑석로 84, 중앙대학교 응용통계학과. E-mail: gogators@cau.ac.kr