≪지역과 세계≫ 제45집 제4호(2021년), pp. 177~209

Research Article

A review of the cognitive mechanism and characteristics of the OM effect*

Yeji Lee, and Soohyun Cho**
Chung-Ang University

The 'operational momentum (OM)' effect refers to overestimation for addition and underestimation for subtraction. The present study introduces the OM effect and reviews theories of its cognitive mechanism. These theories include logarithmic compression, spatial attentional shift, spatial competition, heuristics, and the Arithmetic Heuristics And Biases (AHAB) theories. The logarithmic compression theory does not seem to be consistent with the characteristics of the OM effect. Joint consideration of the other theories seems to be required to fully explain the context-dependency of the OM effect. The OM effect reflects the contribution of the multiple interactions between mathematical processing and spatial attention such as space-number association, space-operation association, anchoring bias, etc. In the discussion, we provide our perspective on the theoretical debates regarding the cognitive mechanism and developmental trajectory of the OM, and propose directions for future studies.

Keywords: operational momentum, spatial attention, space-number association, sign-space association

---

* This research was supported by the Chung-Ang University Research Scholarship Grants in 2019.
** Corresponding Author.
*** https://doi.org/10.33071/ssricb.45.4.202112.177

수 인지 분야의 대표적인 이론에 의하면, 인간의 수 인지(numerical cognition) 능력은 타고난 수 감각(number sense)에 기초한다고 한다(Dehaene, 2007). 수 감각은 물체의 수량을 대략적으로 추정하거나 비교하여 많고 적음을 빠르게 판단하고 대략적인 연산을 할 수 있는 능력을 말한다. 이 이론에 의하면, 수에 대한 정신적 표상은 좌우로 정렬된 공간적 형태를 취하며 오른쪽으로 갈수록 큰 수에 대한 표상이 자리하는 것으로 가정되고 있다. 이러한 일련의 공간적 수 표상을 정신적 수 직선(mental number line)이라 하는데, 수를 이용한 정보 처리 시에는 정신적 수 직선 상의 특정 위치에 시공간적 주의가 주어지고, 해당 지점에 위치한 수 표상이 활성화되는 것으로 가정된다. 또한, 수에 대한 표상이 공간과 연합되어 상대적으로 작은 수는 왼쪽, 큰 수는 오른쪽 공간과 연합되어 있는 것으로 이해되고 있다. 이러한 현상을 공간-수 연합(혹은 수-공간 연합)이라 한다.

수 인지를 연구하는 학자들은 수의 대략적 추정과 비교 그리고 연산 시에 어떠한 정신물리학적 현상이 관찰되는지를 연구해왔다. 특히, 수에 대한 대략적 추정과 비교 시 나타나는 현상들에 대해서는 수많은 선행 연구가 발표되었고 이러한 연구 결과들이 이미 연구자들 간에 폭넓게 공유되고 활발히 논의되었다. 따라서, 본 논문은 기존에 많이 연구가 이루어지지 않은 대략적 연산 시에 나타나는 흥미로운 현상인 ‘연산 모멘텀(operational momentum)’에 초점을 두고 연산 모멘텀의 기전에 대한 여러 이론, 연구 결과와 그 함의를 고찰하고자 한다.

연산 모멘텀이란, 대략적 연산에서 덧셈의 결과를 과대 추정하고, 뺄셈의 결과를 과소 추정하는 인지적 편향을 말한다(McCrink, Dehaene and Dehaene-Lambertz, 2007). 이 현상은 McCrink *et al.,*(2007)에 의해 처음 명명되었다. 일반적으로 모멘텀이라 하면 운동량을 의미하는데, 이는 쉽게 말해 물체가 움직일 때 작용하는 관성으로 이해할 수 있다. 덧셈 시에는 실제 정답보다 더 크게 추정을, 뺄셈 시에는 실제 정답보다 더 작게 추정을 하는 현상은 마치 물체가 움직일 때 관성이 작용하게 되는 양상과 유사하여, 비유적으로 연산 모멘텀이라 명명되었다.

연구자들은 연산 모멘텀이 표상 모멘텀(representational momentum) 현상의 한 단면일 것으로 추정하고 있다(Freyd and Finke, 1984; Hubbard, 2005). 표상 모멘텀이란, 공간, 운동, 소리 지각에서 일관되게 관찰되는 현상으로, 예를 들어, 운동 지각에서 움직이던 표적이 사라진 이후 특정 시점에서의 도달 위치를 예측할 때, 추정 지점이 표적의 운동 방향으로 더 치우쳐지는 현상을 말한다. 인지 심리학자들은 이와 같은 현상에 대하여, 물리적 현상이 내면화되어 인지적 정보처리 시에도 예측 편향으로

인한 표상 모멘텀이 발생한다고 주장한다.

한편, 연산 모멘텀 효과는, 공간 혹은 공간적 주의가 수 표상과 연합(공간-수 연합)되어 있듯이, 나아가 수에 대한 연산(덧셈, 뺄셈)도 공간적 주의와 연합되어 있음을 시사하는 현상으로도 이해될 수 있다(Masson and Pesenti, 2014; 2016; Masson, Pesenti, Coyette, Andres and Dormal, 2017; Masson, Pessenti and Dormal, 2017; Mathieu, Gourjon, Couderc, Thevenot and Prado, 2016; Mathieu, Epinat-Duclos, Léone, Fayol, Thevenot and Prado, 2017). 이러한 시각은 공간 정보 처리를 담당하는 두정엽 신경 시스템이, 수에 대한 표상을 넘어 수에 대한 보편적인 정보처리에 활용됨을 시사하는 것으로 해석할 수 있다. 이러한 의미에서 연산 모멘텀에 대한 연구는 기존 수 인지 분야에서 보고된 현상과 이론들을 확장하고 일반화시키고, 수학적 정보 처리에 대한 이해와 통찰의 깊이를 더하는 데에 기여할 수 있다.

본 개관 논문에서는 이미 많은 연구가 이루어진 수 감각이나 표상 모멘텀에 대해서는 깊이 다루지 않고, 보다 최근에 연구가 이루어지기 시작한 연산 모멘텀의 기전에 대한 이론과 연구 결과들에 대하여 고찰하고자 한다. 연산 모멘텀의 기전을 설명하는 대표적인 이론으로, 로그 압축 이론, 시공간적 주의 이동 이론, 공간적 경쟁 이론, 휴리스틱 이론 등이 있다. 본 개관 논문에서는 이러한 이론들을 소개하고, 연산 모멘텀의 발달적 기원 혹은 기전에 대한 단서를 얻을 수 있는 영유아 대상 연구를 포함한 실증적 증거들을 살펴봄으로써 여러 이론의 예측이 연구 결과에 의해 뒷받침되는지를 살펴볼 것이다. 또한 연산 모멘텀과 수-공간 연합(number-space association) 등 공간적 주의와의 연합 및 읽기 능력, 수학 성취도와의 관계성에 대한 연구들을 소개하고자 한다. 마지막으로 아직 많은 연구가 이루어지지 못한 연산 모멘텀 현상을 더 깊이 있게 이해하기 위해 앞으로 이루어져야 할 연구의 방향을 논의할 것이다.

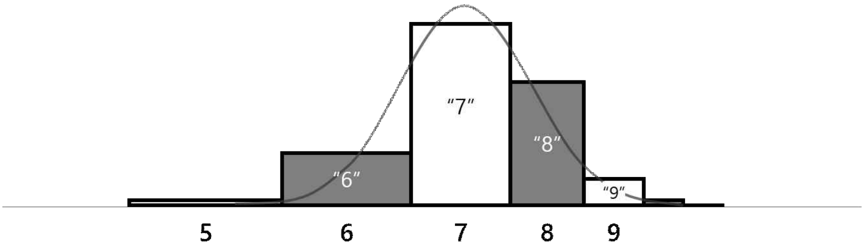
연산 모멘텀에 대한 연구를 통해 수학적 정보 처리의 근원적 특성과 공간적 주의와의 관계성을 더 깊이 이해하게 될 수 있을 뿐 아니라, 수학 학습 장애를 완화, 극복하기 위한 교육 프로그램 개발의 초석을 다지는 데에 도움이 될 것으로 기대된다.

Ⅰ. 연산 모멘텀의 이해를 위한 이론적 배경

1. 수 표상과 정신적 수 직선(mental number line)

연산 모멘텀의 기전에 대한 이론들을 이해하기 위해서는 먼저 수 표상과 정신적 수 직선(mental number line) 이론에 대한 이해가 선행되어야 한다. Dehaene(1997)은 대략적 수에 대한 표상과 정보 처리는 진화된 인지 과정으로서 동물과 인간이 공유하는 기본적인 능력(‘대략적 수 감각’)이라고 주장하였다. 예를 들어, 원숭이들은 더 많은 수량의 열매가 달려 있는 나무에 올라 열매를 따고, 물고기들은 더 많은 개체들이 모여있는 무리와 함께 하는 것이 생존에 유리하다. 동물들이 비록 정확한 수량을 알지 못한다고 하더라도, 대략적으로 수량의 많고 적음을 비교할 수 있고, 이를 이용하여 생존을 도모할 수 있다는 증거들이 다수 보고되었다(Dehaene and Brannon, 2011). 또한, 공식적인 수학 교육을 받지 않고, “5” 이상의 수를 지칭하는 단어를 사용하지 않는 아마존 강 부근의 문두루쿠 토착 부족민들의 대략적인 수량 비교(numerosity comparison)와 대략적 연산 수행이 수학 교육을 받은 프랑스인과 유사하였다(Pica, Lemer, Izard and Dehaene, 2004). 이러한 증거들은 동물과 인간이 대략적 수 감각을 타고난다는 의미로 해석되었다. 나아가 Dehaene(1997)은 인간이 수에 대한 정신적 표상을 지니며, 이러한 수 표상은 작은 수일수록 왼쪽에, 큰 수일수록 오른쪽에 배열된 연속적인 직선의 형태를 띤다고 주장하였다(Dehaene, 1997). 이와 같은 공간적 배열의 수 표상을 ‘정신적 수 직선(mental number line)’이라 한다. 이러한 배열의 정신적 수 직선은 글을 왼쪽에서 오른쪽으로 써 나가는 언어 문화권에서 더욱 보편적인 것으로 확인되었다(Shaki, Fischer and Petrusic, 2009; Zebian, 2005).

대략적 수 감각의 민감도를 측정하기 위해 가장 보편적으로 사용하는 과제는 대략적인 수량 비교 과제(numerosity comparison)이다. 대략적인 수량 비교 과제에서는 흔히 두 개의 점 집합이 제시되고 이 중 수량이 더 큰 집합을 선택하도록 한다. 수량 비교 수행 시 일반적으로 ‘거리 효과(distance effect)’와 ‘크기 효과(size effect)’가 나타난다. 거리 효과란, 비교되는 두 수량 간의 (정신적 수 직선 상의) 거리가 가까울수록 변별이 어려워지는 현상을 말한다. 또한 크기 효과란, 두 수량 간의 거리가 같을지라도 비교되는 두 수량이 클수록 변별이 어려워지는 현상을 말한다. 수 인지 연구자들은 거리 효과와 크기 효과를 정신적 수 표상의 특성을 나타내는 중요한 지표라고 가정하며, 이러한 현상을 설명할 수 있는 수 표상 이론을 제안하였다(Cantlon, Cordes, Libertus and Brannon, 2009; Dehaene, 2001).



[Figure 1] A simplified, schematic example of the mental representation of "7" on a logarithmically compressed mental number line.

Dehaene과 여러 동료들의 이론에 따르면, 수 표상은 정신적 수 직선 상에서 각 수에 대응되는 일련의 정규 분포로 이루어져 있다. 예를 들어, 7에 대한 정신적 수 표상은 Figure 1과 같이 표현할 수 있다. 이 수 직선의 척도는 로그 함수에서와 같이 값이 커질수록 간격이 좁아진다(logarithmically compressed scale). 아동과 성인의 수 추정 과제의 수행은 이와 같은 로그 압축 이론을 지지한다(Opfer and Thompson, 2008; Siegler and Booth, 2004; Thompson and Opfer, 2010). 로그 압축 이론에 따르면, (앞서 서술한 수 표상의 특성인) 크기 효과와 거리 효과가 나타나는 이유는 비교되는 두 수 간에 거리가 가깝거나 두 수의 절대값이 클수록 두 표상(정규 분포) 간 간격이 좁아지고, 그에 따라 두 수의 표상이 많이 겹쳐 변별이 어려워지기 때문이라고 설명할 수 있다(Dehaene, 2003). 이와 달리, Gallistel and Gelman(2000)은 정신적 수 직선의 값들이 선형 척도(linear scale)를 따르므로, 수 간 간격은 일정하지만 절대값이 커질수록 각 정규 분포의 표준편차가 비례적으로 증가(scalar variability)한다고 주장하였다. 이들의 이론으로도 마찬가지 논리로, 표상 간 거리가 가까울수록 더 많이 겹치므로 변별이 어려워져 거리 효과가 나타난다고 설명할 수 있다. 크기 효과의 경우, 수의 절대값이 커질수록 정규 분포의 폭이 넓어지는 양상을 보이기 때문에 표상이 더 많이 겹쳐 변별이 어렵다고 설명할 수 있다. Cantlon *et al.,*(2009)은 이를 선형-비례(linear-scalar) 이론으로 명명하며, 연산 모멘텀 현상을 로그 압축 이론과 선형-비례 이론의 서로 다른 관점으로 동시에 설명하는 것이 가능하다고 주장하였다. 정신적 수 표상에 대한 이 두 이론 모두 크기 효과, 거리 효과 등의 행동적 효과들을 설득력 있게 설명할 수 있는 이론으로서 각각의 지지 증거들

을 통해 공존하고 있다(Cantlon *et al.,* 2009; Dehaene, Izard, Spelke and Pica, 2008).

Ⅱ. 연산 모멘텀의 기전에 대한 이론

1. 로그 압축(logarithmic compression) 이론

Chen and Verguts(2012)는 Dehaene(2003)과 다른 여러 연구자들이 제안하는 정신적 수 직선 이론에 입각하여, 연산 과정 중 로그 척도에 따라 압축된 수 표상을 선형적 표상으로 변환하는 과정에서 오류가 개입되어 연산 모멘텀이 나타난다는 이론을 제기하였다. 이 이론을 글자 그대로 적용하여 설명하자면, 로그 값들 간의 덧셈 결과는 (선형적인) 진수들 간 곱셈을 필요로 하므로(logA + logB = log(A × B)), A + B를 A × B로 계산할 경우, 매우 심한 과대추정이 일어날 수 있다. 마찬가지로, 로그 값들 간의 뺄셈 결과는 (선형적인) 진수들 간 나눗셈을 필요로 하므로(logA − logB = log(A ÷ B)), A − B를 A ÷ B로 계산할 경우, 매우 심한 과소추정이 일어날 수 있다. 예를 들어, 25와 4는 로그 압축된 정신적 수 직선 상에서 각각 log25과 log4로 표상된다. 즉, 25와 4의 덧셈에서 log25와 log4를 더하게 되고(log25 + log4 = log(25 × 4) = log100), 이 과정에서 연산의 결과값을 선형적으로 변환하면 100으로 과대추정된다. 물론, 실제 행동 실험에서 관찰되는 과대/과소 추정의 정도는 위의 예시보다 훨씬 작게 나타난다. 즉, 이 이론은 실제로 예시와 같은 처리 과정이 연산 시에 일어난다고 주장하는 것이 아니라, 로그 값으로 압축하여 표상된 수를 실제 수에 맞춰 선형적으로 변환할 때 오류(flawed decompression)가 개입되어 연산 모멘텀 현상이 나타난다고 설명한다(Chen and Verguts, 2012; Knops, Zitzmann and McCrink, 2013; McCrink, Dehaene and Dehaene-Lambertz, 2007).

따라서, 로그 압축 이론은 정신적 수 표상의 정확도가 높아지면(수 직선의 선형성이 증가하면) 연산 모멘텀 효과가 감소(연산의 정확도가 증가)할 것을 예상한다.

2. 공간적 주의 이동(spatial attentional shift) 이론

연산 모멘텀에 대한 공간적 주의 이동 이론에 의하면, 연산 모멘텀은 주의의 이동을 매개하는 두정엽 신경 시스템의 작용을 반영한다고 가정한다(Pinheiro-Chagas, Didino, Haase, Wood and Knops, 2018). 이 이론은 Dehaene and Cohen(2007)의 재활용 이론(recycling theory), 그리고 Anderson(2007)의 재배치 이론(redeployment theory)과도 일맥상통한다. 재활용 이론과 재배치 이론에 의하면, 연산은 원래 공간적 주의의 이동을 담당하도록 진화된 두정엽 신경 회로(posterior superior parietal lobe, PSPL)의 재활용(또는 재배치)에 기초하므로 연산과 공간적 주의는 기능적으로 밀접한 관계가 있다고 가정된다(Knops, Thirion, Hubbard, Michel and Dehaene, 2009; Pinheiro-Chagas *et al.,* 2018). 이러한 연산과 공간적 주의의 신경학적 연관성을 통해 연산 모멘텀 현상 또한 공간적 주의 이동의 영향으로 나타날 가능성을 추론할 수 있다. 공간적 주의 이동 이론에 의하면 연산은 두정엽의 좌표 변환 체계의 역동적인 작용 과정에 의해 이루어지기 때문에 좌표의 변환이 적정 수준보다 더 이동할 경우, 덧셈 시에는 과대추정, 뺄셈 시에는 과소추정이 발생할 수 있다(Masson, Pesenti, Coyette *et al.,* 2017; Mathieu *et al.,* 2016).

연산 모멘텀에 대한 공간적 주의 이동 이론을 뒷받침하는 근거로서, Knops *et al.,*(2009)의 연구에서는 왼쪽과 오른쪽 방향의 도약 안구 운동(saccade)과 연합된 뇌 활동을 변별하도록 훈련받은 다변량 분류기(multivariate classifier) 프로그램이 추가적인 학습 없이도 덧셈과 뺄셈과 관련된 뇌 활동 구별이 가능한 것을 확인하였다. 이러한 결과는, 시각적 주의와 연동된 좌/우 방향의 도약 안구 운동 시의 뇌 활성화 패턴과 덧셈/뺄셈 시의 뇌 활성화 패턴이 유사하다는 것으로 해석할 수 있다. 또한, 수직선 상에서 안구 운동의 응시(fixation) 패턴을 측정한 Klein, Huber, Nuerk and Moeller(2014)의 연구에서는 덧셈 시에는 더 큰 수 쪽에 응시점이 머무르고, 뺄셈 시에는 더 작은 수 쪽에 응시점이 머무르는 연산 모멘텀 효과가 나타났다. 즉, 뇌 활동 영역에서뿐만 아니라 응시 패턴을 측정한 행동 실험에서도 연산과 공간적 주의의 연합이 확인된 것이다. 흥미롭게도, 이러한 결과는 일반적인 수 직선과 다르게 왼쪽으로 갈수록 큰 수가 위치하는 역방향의 수 직선(inverted, right-to-left number line)에서도 동일하게 나타났다(Klein *et al.,* 2014; Pinhas, Shaki and Fischer, 2015). 즉, Klein *et al.,*(2014)의 연구 결과는 덧셈(뺄셈)이 우(좌)측으로의 공간적 편향과 고정적으로 연합이 된 것이 아니며, 연산 모멘텀이 수-공간 연합의 참조 틀(reference frame)과 부합하는 양상으로 나타남을 보여주었다. 종합적으로, 이러한 연구 결과들은 연산과 관련한 뇌 기전과 시각적 주의의 이동이 밀접한 관계가 있음을 뒷받침한다.

연산 모멘텀에 대한 공간적 주의 이동 이론은 수 표상에서의 공간-수 연합 효과와 유사하게, 공간적 주의와 연산 모멘텀 효과 간의 밀접한 연관성을 예측한다.

3. 공간적 경쟁(spatial competition) 이론

연산 모멘텀에 대한 공간적 경쟁 이론에 따르면, 연산 모멘텀은 연산식의 모든 요소 즉, 피연산자(operand), 연산 기호 그리고 연산의 결과값(outcome)과 각기 연합된 공간적 편향 간의 경쟁의 결과로 이해된다. 피연산자와 연산의 결과값은 정신적 수직선 상에 서로 다른 공간적 위치를 활성화시켜 표상 간 경쟁을 유발한다. 예를 들어, ‘10 − 3 = 7’ 혹은 ‘8 − 6 = 2’와 같이 두 개의 피연산자를 이용한 연산에서는, 등호의 왼편에 있는 두 수와 등호의 오른쪽에 있는 연산의 결과 값에 대응되는 세 개의 표상이 함께 활성화된다. 그 결과, 수 직선 상에서 서로 다른 공간에 위치한 수 표상 간에 경쟁이 유발되어, 연산 모멘텀의 크기에 영향을 줄 수 있다. (위에 언급된 두 예시 중, 후자의 연산에서는 연산 모멘텀의 크기가 전자의 경우보다 더 작아질 수 있다). 또한 공간적 경쟁 이론에 의하면, 두 개의 수를 이용한 연산에서 두 번째 수가 0일 경우 더 큰 연산 모멘텀 효과가 나타난 실험 결과(Pinhas and Fischer, 2008; Pinhas *et al.,* 2015)를 설명할 수 있다. 다시 말해, 이 경우, 두 번째 피연산자로 인한 경쟁이 사라지므로 첫 번째 피연산자(연산의 결과 값과 동일)에 의한 공간적 편향이 더 일관되게 강화되어 상대적으로 더 큰 연산 모멘텀이 나타나게 되는 것이다.

Pinhas *et al.,*(2015)의 연구 또한 공간적 경쟁 이론의 근거를 제시하였다. 이 연구에서는, 예를 들어 3 + 1 과 같은 연산의 결과를, 역 방향의 수 직선 상에 손가락으로 가리키는 방식(pointing)으로 응답하도록 하였다. 그 결과, 두 번째 피연산자가 0인 경우, 참가자들의 응답이 뺄셈에서보다 덧셈에서 왼쪽으로 1.5mm 정도 더 치우쳐졌다. 이는 역 방향의 수 직선을 이용할 경우, 역 연산 모멘텀이 관찰된다는 것을 의미한다. 또한 Pinhas and Fischer(2008)의 연구에서와 마찬가지로, 두 번째 피연산자가 0일 경우에 그렇지 않은 경우보다 더 명확한 역 연산 모멘텀이 관찰되었다. 두 번째 피연산자가 1 혹은 2인 경우에도 역 연산 모멘텀이 관찰되었으나, 연산의 결과값이 6인 경우에만 관찰되고 4인 경우에는 정방향의 연산 모멘텀이 나타났다. Pinhas *et al.,*(2015)은 이를 연산식의 요소들 간 공간적 경쟁이 결과값이 4인 경우와 6인 경우에 서로 다르게 이루어지기 때문이라고 설명하였다.

4. 휴리스틱(heuristics) 이론

연산 모멘텀에 대한 휴리스틱 이론에 의하면, 연산 모멘텀은 연산의 결과에 대한

대략적인 추정과 기대가 작용하기 때문에 나타난다(McCrink *et al.,* 2007). 예를 들어, 두 숫자를 더하는 연산을 할 경우, 연산의 결과는 적어도 두 수보다는 큰 수일 것으로 기대할 수 있다. 유사하게, 뺄셈을 할 경우 연산의 결과는 적어도 첫 번째 수보다 작을 것으로 기대할 수 있다. 휴리스틱 이론은 동일한 논리로 곱셈은 첫 번째 수보다 더 큰 수로, 나눗셈은 첫 번째 수보다 더 작은 수로 추정하는 연산 모멘텀이 나타날 것을 예상한다. 또한, 기초적인 경험적 현상에 대한 직관과 이에 기반한 휴리스틱은 타고날 수 있으므로, 휴리스틱 이론은 정신적 수 직선을 문화/교육적으로 학습하기 이전의 영유아들에게서도 덧셈과 뺄셈에서 연산 모멘텀이 나타날 수 있는 가능성을 예측한다.

McCrink and Hubbard(2017)는 연산 과정 동안에 주의를 분산시키는 자극을 동시에 제시할 경우 연산 모멘텀 효과에 어떠한 영향을 미치는지를 관찰하였다. 방해 과제가 있는 조건에서는 참가자들에게 연산과 동시에 색깔 판단 과제, 혹은 물체 회전 판단 과제를 수행하도록 하였다. 그 결과, 방해 과제가 주어진 조건에서 연산 모멘텀이 더 크게 일어났다. 주의가 분산되는 조건에서 연산에 할당되는 공간적 주의 자원이 부족해졌음에도 연산 모멘텀이 더 크게 발생한 것은, 주의가 분산되더라도 연산의 공간적 주의 편향은 그대로 유지되고, 휴리스틱의 사용이 증가하여 연산 모멘텀에 미치는 영향이 커졌기 때문이라고 해석할 수 있다. 이러한 연구 결과에 대해 McCrink and Hubbard(2017)는 나아가 휴리스틱과 공간적 주의 이동은 실제로 매우 밀접하게 연관되므로, 이 둘을 하나의 기전으로 간주할 수도 있다고 주장하며 '시공간적 주의 체계를 통한 휴리스틱의 작용(heuristics-via-spatial-shifts account) 이론'을 제기하였다. 즉, McCrink and Hubbard(2017)는 휴리스틱에 기반한 정보처리는 주의 체계의 작용에 기인한다고 주장하며 선행 연구 결과들도 이와 같은 이론에 입각하여 해석하였다. McCrink and Hubbard(2017)의 주장과 더불어 앞으로 설명될 이론과 연구 결과들을 함께 고려하면, 휴리스틱 이론만으로는 연산 모멘텀 현상을 온전히 설명하는 데에 한계가 있다고 판단된다. 따라서, '시공간적 주의 체계를 통한 휴리스틱의 작용' 이론과 아래에 소개될 '산술 휴리스틱과 편향' 이론에서와 같이, 휴리스틱을 연산 모멘텀이 발생하는 기전의 일부로서 이해하는 것이 더 적합하다고 판단된다.

5. 산술 휴리스틱과 편향(Arithmetic Heuristics And Biases, 이하 AHAB) 이론

Shaki, Pinhas and Fischer(2018)는 연산 모멘텀의 기전에 대한 선행 이론의 한계점을 지적하며, 산술적 휴리스틱과 수 처리 관련 편향을 포함한 새로운 모델을 제안했

다. 연구자들이 제안한 AHAB 모델은 세 가지 요소 즉, ‘더 혹은 덜(이하, more-or-less) 휴리스틱’, ‘연산 기호-공간 연합(operation-sign spatial association; OSSA)’, 그리고 ‘기준점 편향(anchoring bias)’으로 연산 모멘텀을 설명한다. More-or-less 휴리스틱은 덧셈 시에는 더 큰, 뺄셈 시에는 더 작은 연산 결과가 도출될 것을 기대하는 기초적인 추론을 의미한다(McCrink and Wynn, 2009). 연산 기호-공간 연합이란, 학습에 의해 뺄셈 기호는 왼쪽 공간, 덧셈 기호는 오른쪽 공간과 연합되는 현상을 말한다(Hartmann, Mast and Fischer, 2015; Pinhas and Fischer, 2008; Pinhas, Shaki and Fischer, 2014). 기준점 편향이란, 두 개 이상의 숫자를 이용한 계산을 할 때, 맨 앞에 제시되는 숫자의 의미적 크기에 의해 연산의 결과가 영향을 받는 편향을 말한다(Tversky and Kahneman, 1974). 앞서 설명한 로그 압축 이론과 시공간적 주의 이동 이론은 0을 더하거나 빼는 계산식에서 연산 모멘텀 효과가 오히려 더 크게 나타나는 현상을 설명하기 어렵지만, AHAB 모델에서는 이 현상을 more-or-less 휴리스틱과 기준점 편향이 동시에 작용하는 데에서 기인한다고 설명한다(Pinhas and Fischer, 2008; Pinhas *et al.,* 2015; Shaki *et al.,* 2018). <u>**덧셈과 뺄셈에서 결과값이 같은 경우**</u>, 1) 0을 포함한 연산 식에서는 (덧셈과 뺄셈 식의 첫 번째 피연산자가 동일하므로) more-or-less 휴리스틱의 영향으로 연산 모멘텀 효과가 나타나고, 2) 0을 포함하지 않는 연산 식에서는 (덧셈 식보다 뺄셈 식의 첫 피연산자가 더 클 것이므로; 예를 들어, Pinhas and Fischer, 2008) more-or-less 휴리스틱보다 기준점 편향의 영향으로 인해 역 연산 모멘텀이 나타날 가능성이 있다. 즉, more-or-less 휴리스틱과 기준점 편향의 작용은 0을 포함한 연산에서 더 큰 연산 모멘텀 효과가 나타나는 원인을 설명할 수 있다. 실제로, Shaki *et al.,*(2018)의 실험 결과, 이러한 현상은 한 자리 수 연산과 두 자리 수 연산에서 모두 나타났으며, 피연산자의 크기에 따라 기준점 편향의 강도가 달라지는 것이 확인되었다. Masson and Pesenti(2014)의 연구에서도, 두 번째 피연산자가 0일 때, 뺄셈을 한 이후, 오른쪽보다 왼쪽에 제시된 자극의 탐지가 더 빨랐다. 또한 뺄셈보다 덧셈을 한 이후, 왼쪽보다 오른쪽에 제시된 자극의 탐지가 더 빨랐다. 이러한 결과는 연산 기호-공간 연합의 증거로 해석될 수 있다.

Ⅲ. 연산 모멘텀의 현상학적 특성

1. 비상징적, 상징적 수를 이용한 연산에서의 연산 모멘텀

연산 모멘텀을 처음으로 보고한 McCrink *et al.,*(2007)의 연구에서는 점 집합을 이용한 대략적 덧셈과 뺄셈에서 연산 모멘텀 효과가 나타남을 확인하였다. 이 연구에서 사용된 실험 과제에서는 화면 가운데의 상자에 점 집합 두 개가 차례로 들어가거나(덧셈), 첫 번째 점 집합이 들어간 후 두 번째 점 집합이 빠져나오는(뺄셈) 영상이 제시된 뒤, 상자가 사라진 후 나타난 점 집합이 연산의 결과와 일치하는지 아닌지를 판단하도록 하였다. 일치 여부를 판단해야 하는 점 집합으로는 정답인 점 집합 1가지, 정답보다 수량이 적은 점 집합 3가지, 수량이 많은 점 집합 3가지, 총 7가지 점 집합 중 하나가 무선적인 순서로 제시되었다. 점 집합의 크기(set size) 별로 정답이라고 응답한 비율을 그래프로 확인한 결과, 연산 결과 값이 클수록 그래프의 폭이 넓어졌다(오차의 범위 증가). 또한 참가자들의 응답 중 정답인 점 집합을 정답이라고 응답한 비율이 가장 높았지만, 정답 응답 비율 그래프의 패턴이 덧셈과 뺄셈 간에 서로 다른 양상을 보였다. 덧셈에서는 정답보다 수량이 많은 점 집합에 대해 정답이라고 응답한 비율이 상대적으로 높았고, 뺄셈에서는 정답보다 수량이 적은 점 집합에 대해 정답이라고 응답한 비율이 상대적으로 높았다(McCrink *et al.,* 2007). 이러한 결과는 즉, 비상징적 수 자극을 이용한 연산 시 덧셈에서 과대추정, 뺄셈에서 과소추정이 나타나는 연산 모멘텀 효과가 관찰되었음을 의미한다.

초기에 이루어진 연산 모멘텀 연구에서는 비상징적 수 자극(점 집합)을 이용한 대략적 연산 과제가 많이 사용되었으나 후속 연구들에서는 상징적 수 자극(아라비아 숫자)을 이용한 연산에서도 연산 모멘텀이 관찰되었다(Charras, Molina and Lupiáñez, 2014). 아라비아 숫자와 같은 상징적 수에 대한 연산에서도 연산 모멘텀이 관찰되는 현상이 흥미로운 이유는, 일반적으로 상징적 수에 대한 연산은 반복 학습을 통해 상대적으로 정확한 연산이 가능할 것으로 기대되므로 추정 오류가 발생하지 않을 것을 예측하기 때문이다. Pinhas and Fischer(2008)는 아라비아 숫자를 이용한 연산 결과를 비상징적 수에 대응시켜 응답하는 과제를 통해 연산 모멘텀을 확인하였다. 한 자리 수 덧셈 혹은 뺄셈의 결과를 화면의 수 직선 상에 표시하는 과제를 실시했을 때, 참가자들은 뺄셈의 경우에는 왼쪽으로, 덧셈의 경우에는 오른쪽으로 편향된 응답을 보여주었다. 이러한 경향성은 두 번째 피연산자가 0일 때에도 관찰되었다. Knops, Viarouge and Dehaene(2009)은 점 집합을 이용한 연산 수행과 아라비아 숫자 자극을 이용한 연산 수행을 비교하였다. 연구자들은 참가자들에게 각 시행마다 덧셈 혹은 뺄셈의 맥락을 제시하고, 점 집합 또는 아라비아 숫자 자극을 화면 가운데에 차례로 하나씩 보여준 후, 화면에 나타난 7개의 보기 중 정답에 가장 가까운 선택지를 고르도록 하였다. 연구 결과, 참가자들은 뺄셈보다 덧셈에서 더 큰 수의 보기를 고르는 경향을 보였으며, 연산 모멘텀 효과는 점 집합 자극과 아라비아 숫자 자극 모두에 대해 나타났다. 또한 연산 결과의 크기가 클수록 연산 모멘텀 효과가 더 커졌다. 즉, 아라비아 숫자를 이용한 연산 시에도, (점 집합을 이용한 연산과 비교하여 효과 크기는 더 작았으나) 연산 모멘텀 효과가 관찰되었다.

종합하면, Pinhas and Fischer(2008) 및 Knops, Viarouge *et al.,*(2009)의 연구에서 연산 모멘텀이 비상징적 점 집합을 이용한 연산에서만이 아니라, 상징적 수인 아라비아 숫자를 이용한 연산 시에도 나타난다는 것을 확인할 수 있다.

2. 덧셈과 뺄셈 이외의 수 정보 처리 시의 연산 모멘텀

연산 모멘텀은 비단 덧셈, 뺄셈에서만이 아니라 비상징적 수를 이용한 대략적 곱셈과 나눗셈에서도 나타났다(Katz, Hoesterey and Knops, 2017). 흥미롭게도, 덧셈과 뺄셈의 경우에서와는 달리 상징적 수(아라비아 숫자)를 이용한 곱셈과 나눗셈에서는 연산 모멘텀이 나타나지 않았다. 이러한 결과는 덧셈/뺄셈에서 관찰되는 연산 모멘텀과 곱셈/나눗셈에서 관찰되는 연산 모멘텀의 기전이 적어도 부분적으로 구별(dissociate)될 가능성을 시사한다. 이 연구에서는 또한, 포즈너(Posner) 과제를 이용하여 주의 기능과 연산 모멘텀 간의 관계를 분석하였다. 포즈너 과제에서는 표적 자극이 나타날 위치에 대한 단서(cue)가 제시되고, 이어서 표적 자극이 제시되면, 참가자들이 표적이 탐지된 공간적 위치(왼쪽 혹은 오른쪽 공간)를 보고한다. 이 과제에서는 세 가지 실험 조건이 사용되는데, 이 중 정확(valid) 조건에서는 단서가 표적 자극이 나타날 가능성이 높은 방향을 알려주며, 부정확(invalid) 조건에서는 단서가 표적 자극이 나타날 가능성이 적은 방향을 알려주고, 중립(neutral) 조건에서는 단서가 표적 자극이 나타날 수 있는 방향에 대해 무선적인 정보를 제공한다. 주의 능력 중 정향(orienting) 능력은 정확한 정보를 제공하는 신호가 제시되는 정확 조건에서 중립 조건과 비교할 때 표적 탐지 시간이 단축되는 정도로 측정할 수 있다. 주의 능력 중 재정향(reorienting) 능력은 중립 조건과 비교할 때, 부정확 조건에서 표적 탐지 시간

이 증가하는 정도로 측정할 수 있다. 즉, 재정향 능력이 좋다면, 중립 조건과 비교할 때 부정확 조건에서 표적 탐지 시간이 상대적으로 많이 증가하지 않을 것으로 가정된다. 실험 결과, 주의의 재정향 기능과 연산 모멘텀 간에 정적인 상관관계가 보고되었다. 즉, 연산 모멘텀 효과를 강하게 보인 사람들에게서 더 우수한 재정향 능력이 관찰되었다. 이러한 결과는 연산 모멘텀 현상을 곱셈과 나눗셈으로 확장할 뿐 아니라, 연산 모멘텀과 주의와의 관련성을 보여주는 근거가 될 수 있다. (연산 모멘텀과 주의 기능 간의 관계성에 대해서는 이후 Ⅳ, Ⅴ, Ⅵ 단원에서 계속 다루어질 예정이다.)

Dunn, Bernstein, de Hevia and Cassia(2019)의 연구에서는 점 집합의 매그니튜드 순서 과제(magnitude ordering task)를 통해 연산 모멘텀 효과를 확인하였다. 만 3-4세의 아동 집단과 성인(대학생) 집단을 대상으로, 연달아 제시되는 3개의 점 집합의 수량 변화를 바탕으로 다음에 이어질 점 집합을 두 개의 선택지 중에서 고르도록 하는 과제를 실시했다. 수량 변화가 없는 블록과 점 집합이 2배씩 커지는 블록으로 구성되었으며, 이 두 블록의 수행을 비교한 결과, 점 집합의 수량이 점차 커지는 블록에서 과대추정 경향과 우측 선택지 편향을 확인할 수 있었다. 즉, 수량이 증가하는 블록일 경우 성인 집단에서 과소추정과 과대추정 선택지를 제시했을 때 과대추정 선택지를 선택한 비중이 높았다. 그리고 수량이 동일하고 점의 배열만 다른 두 개의 점 집합이 선택지로 제시되었을 때, 아동 집단과 성인 집단 모두에서 오른쪽에 위치한 점 집합을 선택하는 비율이 높았다. 이러한 결과는 덧셈/뺄셈 뿐만 아니라 수학적 정보처리(매그니튜드 순서로 나열하기)에서도 수량이 점차 증가할 때는 과대 추정이, 감소할 때는 과소 추정이 일어난다는 것을 보여준다. 이러한 결과는 비단 연산에서뿐 아니라 보편적인 수 정보 처리로 모멘텀 현상이 일반화될 수 있는 가능성을 제시한다. 또한, 매우 어린 아동에게서도 이러한 공간적 편향이 관찰된 결과는 연산 모멘텀이 문화적 학습보다 타고난 수-공간 연합에 의한 편향을 반영할 가능성을 시사한다. (연산 모멘텀 효과의 발생 과정에 대한 본성 대 학습(nature vs. nurture) 논쟁에 대해서는 이후 논의 부분에서 더 다루어질 예정이다.)

3. 연산 모멘텀 효과의 공간적 차원의 확장 가능성: “연산 모멘텀이 수직 공간 차원에서도 나타날까?”

Knops, Viarouge *et al.,*(2009)의 연구에서는 연산 모멘텀이 좌-우 뿐 아니라 위-아래 공간 차원 상에서도 나타나는지를 관찰하였다. 연구자들은 덧셈 혹은 뺄셈에 대한

응답 보기를 7개의 점 집합을 원형으로 배치하여 제시하였다. 그 결과, 덧셈에서는 스크린의 오른쪽 위에 위치한 보기를 선택하는 경향이, 뺄셈에서는 왼쪽 위에 위치한 보기를 선택하는 편향이 관찰되었다. 이러한 결과는 덧셈 식과 뺄셈 식 간에 피연산자의 크기를 동일하게 통제한 실험 1과, 연산의 결과를 동일하게 통제한 실험 2에서 모두 동일하게 관찰되었다. 실험 2에서는 뺄셈 식에서 첫 번째 연산자의 크기가 덧셈 식의 연산자보다 더 컸음에도 불구하고, 첫 번째 연산자의 크기가 아닌 연산의 종류에 따라 덧셈에서는 오른쪽/위, 뺄셈에서는 왼쪽/위에 제시된 결과를 선택하는 결과가 관찰되었다. 이러한 결과는 뒤에서 언급될 Proctor and Cho(2006)의 극성 대응 원칙(polarity correspondence) - 큰 수는 오른쪽/위 공간과 연합되고, 작은 수는 왼쪽/아래 공간과 연합되는 원칙 - 에 의해 예측되는 결과와 불일치하며 보편적으로 잘 알려진 ‘반응 코드에서의 공간-수 연합(SNARC)’ 효과의 양상과도 구별된다. SNARC 효과란, 상대적으로 작은 수에 대한 반응은 왼쪽 공간, 상대적으로 큰 수에 대한 반응은 오른쪽 공간에서 빠르게 일어나는 현상을 말한다. (SNARC 효과는 V 단원에서 자세히 소개될 예정이다). Knops, Viarouge *et al.,*(2009)은 그들이 관찰한 연산과 2차원 공간의 연합 현상을 SOAR (space-operation association of response codes; 반응 코드에서의 공간-연산 연합)이라 명명하였다. 이 연구는 연산 모멘텀이 시공간적 주의 편향과 밀접한 연관이 있지만, SNARC (spatial numerical association of response codes; 반응 코드에서의 공간-수 연합) 효과와는 다른 인지적 기전에 기인한다는 것을 시사한다.

Knops, Viarouge *et al.,*(2009)의 연구에서는 덧셈과 뺄셈 간의 응시 패턴 차이가 수직 차원에서 나타나지 않았지만, Hartmann *et al.,*(2015)은 안구 운동 패턴에서 덧셈과 뺄셈 간 수직 차원의 차이를 확인하였다. Hartmann *et al.,*(2015)의 연구에서 참가자들은 두 개의 한 자리 수로 이루어진 덧셈 혹은 뺄셈 문제를 듣고 암산한 결과를 구두로 응답하였다. 연구자들은 첫 번째 피연산자의 제시부터 결과 값에 대한 응답 단계까지 전체적인 연산 과정에서 안구 운동을 측정하고 덧셈과 뺄셈 시행 간의 안구 운동 패턴의 차이를 분석하였다. 그 결과, 덧셈과 뺄셈 간에 수직 차원에서의 차이를 확인하였다. 덧셈 조건에서 뺄셈 조건보다 응시 위치가 상대적으로 더 위로 향하는 것으로 관찰되었으며, 이러한 현상은 주로 연산 기호 처리 단계에서 나타났다. 전반적으로 살펴보았을 때, Knops, Viarouge *et al.,*(2009)의 연구는 자극이 ‘시각적’으로 제시되고 화면에 나타난 보기 중 답을 선택할 때, 즉 ‘응답’ 단계에서 응시 패턴의 차이를 확인하였으나, Hartmann *et al.,*(2015)의 연구는 자극이 청각적으로 제시되었고

‘연산 기호가 제시될 때’ 응시 패턴의 차이를 확인하였다.

이러한 연구 결과의 차이를 고려할 때, 연산 모멘텀이 수직 방향의 공간 차원에서 나타나는지와 구체적으로 어떤 정보처리 단계에서 나타나는지에 영향을 미칠 수 있는 방법론적인 요소들을 체계적으로 밝힐 수 있는 후속 연구가 필요하다고 판단된다.

4. 연산 모멘텀의 발생 시점

앞서 언급된 Hartmann *et al.,*(2015)의 연구는 안구 운동의 측정을 통해 연산 모멘텀 효과를 수직 공간 차원에서 관찰하였을 뿐만 아니라, 연산 모멘텀 효과과 연산의 어느 단계에서 나타나는지를 확인하고자 한 데에 의의가 있다. 실험 결과, 덧셈을 할 때에는 뺄셈에 비해 수직 차원에서 주의가 상대적으로 위로 향하는 것을 관찰하였다. 한편, 수평 차원에서는 덧셈과 뺄셈 간의 차이는 없었지만, 첫 번째 피연산자의 크기가 클수록 응시 위치가 오른쪽으로 향하는 것을 확인하였다. 또한 덧셈과 뺄셈의 응시 위치 차이가 주로 연산 기호 처리 단계에서 나타나는 것이 관찰되어, 연구자들은 연산 기호와 주의가 의미적으로 연합하는 단계에서 연산 모멘텀이 발생한다고 해석하였다. 이러한 결과는 피연산자의 영향과 연산 기호의 영향이 서로 다른 기전으로 일어날 가능성, 즉 각 연산의 요소들의 영향이 연산 모멘텀에 독립적으로 작용할 가능성을 시사한다.

한편, Masson, Letesson and Pesenti(2018)의 연구에서는 Hartmann *et al.,*(2015)의 연구 결과와는 달리 답을 계산하는 과정에서 안구 운동으로 측정한 연산 모멘텀 효과가 관찰되었다. 이 연구에서 연구자들은 두 자리 수와 한 자리 수의 덧셈 혹은 뺄셈 문제를 청각적으로 제시하고, 시행의 시작부터 응답하기까지의 안구 운동을 측정하였다. 그 결과, 첫 번째 피연산자, 연산 기호, 두 번째 피연산자가 제시되는 동안에는 덧셈과 뺄셈 간에 안구 운동 패턴에 차이가 없었으나, 두 번째 피연산자까지 모두 제시된 이후, 연산을 수행하는 단계에서 덧셈을 할 때 (뺄셈에 비해) 상대적으로 더 오른쪽으로 안구 이동이 일어났다. 저자들은 연산 기호와 주의의 연합을 확인한 선행 연구들(Masson and Pesenti, 2014; Pinhas and Fischer, 2008; Pinhas *et al.,* 2014)이 연산이 이루어지는 더 뒤의 단계에서도 주의와의 연합이 일어날 가능성을 배제하는 것이 아니므로, 해당 결과가 선행 연구와 배치되는 것은 아님을 강조하였다. 즉, Masson *et al.,*(2018)은 피연산자와 연산 기호가 제시되는 단계가 아닌, 계산을 하는 동안에만 오른쪽으로 안구 이동이 관찰된 결과는 (모든 피연산자와 연산 기

호의 제시가 이루어진 이후) 계산 과정에서도 주의 관련 매커니즘이 작용함을 확인시켜준다고 해석하였다. Masson *et al.,*(2018)의 연구는 안구 운동을 측정하여 연산 결과에 대한 응답 반응을 하기 전에 ‘계산’을 하는 단계에서 연산 모멘텀 효과가 일어나는 것을 관찰하였다.

종합하면, 현재까지 안구 운동 측정을 이용한 연구들 간에 연산 모멘텀이 발생하는 시점에 대한 연구 결과가 불일치한다. 물론, 피연산자의 제시, 연산 기호의 제시 그리고 연산 단계에서 모두 공간적 주의와의 연합으로 인한 편향이 작용하여 누적된 효과로 최종적인 연산 모멘텀이 관찰될 가능성을 배제할 수 없다. 연구들 간 미묘한 방법론의 차이로 인해 불일치하는 결과가 관찰되었을 가능성이 있으므로, 이 연구 문제에 대한 답을 얻기 위해서는 다양한 방법론적인 맥락에서 연산 모멘텀을 비교 관찰하는 후속 연구가 필요한 상황이다.

한편, 연산 모멘텀은 서로 다른 응답 반응 방식(예를 들어, 여러 보기 중 하나를 선택하는 방식(다지선다형), 혹은 수 직선 상에 정답을 가리키는 방식 등)을 이용한 여러 연구에서 일관되게 관찰되었으며, 이러한 결과들은 연산 모멘텀의 기원이 응답을 위한 운동 반응 단계가 아닌 반응 이전의 인지적 정보 처리 단계에 있음을 시사한다 (Knops *et al.,* 2013; Pinhas and Fischer, 2008). 추후 연구에서 연산 모멘텀이 연산과 관련한 정보처리 단계 중 구체적으로 어떠한 시점에서 나타나게 되는지에 영향을 미치는 방법론적인 요소들을 체계적으로 연구해야 할 필요가 있다.

Ⅳ. 영유아와 아동의 연산 모멘텀에 대한 연구

연산 모멘텀의 발달적 기전에 대한 통찰을 얻을 수 있는 방법으로서 영유아 및 아동을 대상으로 한 연구들이 보고되었다. 연산 모멘텀이 수학 학습을 시작하기 이전의 영유아에게서도 관찰된다면, 이는 연산 모멘텀의 기전이 타고난 기초적 수 인지 능력 혹은 직관에 기인하는 것으로 해석할 수 있다. 또한, 서로 다른 연령대의 아동들에게서 관찰되는 연산 모멘텀 효과의 비교를 통해 발달과 성숙 및 수학 학습에 따른 연산 모멘텀 효과의 변화 추이를 관찰할 수 있다.

1. 영아들의 연산 모멘텀

McCrink and Wynn(2009)은 9개월 된 영아들에게 사각형과 같은 물체들의 수량이 더해지거나 감해진 후 연산의 결과가 나타나는 비디오를 보여주고 영아들이 연산의 결과로 제시된 물체의 집합을 응시하는 시간(looking time)을 측정하였다. 영아들의 응시 시간은 그들에게 낯설거나, 자연스럽지 않거나, 기대와 다른 자극이 제시되었을 때 증가하는 것으로 해석된다. 보기로 제시된 집합 내 물체들의 수량은 정답과 일치하거나, 정답보다 매우 많거나 적은 수량이었다. 흥미롭게도 영아들은 정답과 일치하는 보기와 비교해서, 연산 모멘텀 효과와 반대되는 수량의 보기가 제시되었을 때 응시 시간이 길었다(예를 들어, 덧셈에서는 보기 집합의 수량이 정답보다 매우 적을 경우, 뺄셈에서는 보기 집합의 수량이 정답보다 매우 클 경우 응시 시간이 증가하였음). 이러한 연산 모멘텀 효과는 뺄셈에서 더 두드러지게 나타났다. 이는 성인을 대상으로 한 선행 연구 결과와 일치하는 결과이다. McCrink and Wynn(2009)은 이러한 결과에 대해 두 가지 해석을 제안하였다. 첫째, 9개월 영아들이 아직 수와 공간이 연합된 정신적 수 직선을 발달시켰을 가능성은 없기 때문에 9개월 영아들에게서 연산 모멘텀이 관찰된 결과는 휴리스틱의 사용 증거로 해석할 수 있다고 하였다. 둘째, 연구자들에 의하면 수학학습장애(dyscalculia) 아동들이 나타내는 여러 장애의 근본적인 원인 중의 하나는 수와 공간의 연합이 정상적으로 이루어지지 못함에서 기인한다고 한다(Geary, 1993). 따라서 이들 연구자들은 수와 공간의 연합은 아기들이 타고나는 매우 근본적이고 기초적인 직관과도 같다고 해석하였다. 따라서 McCrink and Wynn(2009)은 이러한 타고난 직관에 의해 9개월 영아들에게서도 성인과 유사한 연산 모멘텀이 관찰된다고 주장하였다.

Cassia, Bulf, McCrink and de Hevia(2017)는 4개월 영아를 대상으로 크기가 변화하는 도형 자극과 수량 자극을 이용하여 크기 차원(size-dimension)에서 연산 모멘텀 효과를 관찰하였다. 첫 번째 실험에서는 점차 크기가 커지거나 혹은 작아지는 순서로 도형을 보여주고 습관화(habituate)시킨 뒤, 연산 모멘텀 효과와 일치하거나 반대되는 방향으로 크기가 변화하는 자극 배열(sequence)을 제시하며 응시 시간을 측정하였다. 도형 자극을 이용하여 크기가 변화하는 자극 배열을 보여준 경우에는 응시 시간에서 연산 모멘텀 효과가 관찰되지 않았다. 그러나, 도형 안에 여러 개의 점이 그려진 자극을 이용하여 도형의 크기와 점의 개수가 동시에 변화하는 자극에 습관화시킨 후, 도형의 크기와 총 면적은 동일하되 수량이 변화하는 자극 배열을 제시한 경우

연산 모멘텀 효과가 관찰되었다. 이러한 결과는 4개월 영아들도 (물리적 크기나 면적이 아닌) 수량 자극에 대하여 선택적으로 공간-수 연합에 기반한 연산 모멘텀 효과를 보인다는 증거로 해석될 수 있다.

2. 아동의 연산 모멘텀

Haman and Lipowska(2021)는 3-5세 취학 전 아동을 대상으로 비상징적 자극을 이용한 대략적 연산 과제를 실시하였다. 아동들에게 보여준 비디오 영상에서는 먼저 불투명한 박스 안으로 크기가 다양한 공들이 들어가거나 빠져나온 후, 박스가 왼쪽 혹은 오른쪽으로 이동(공간적 주의 이동 유도 단서)하였다. 다음, 좌우로 나란히 제시된 세 가지 선택지가 제시되었고 이 중 하나를 정답으로 고르도록 하였다. Haman and Lipowska(2021)는 연산 모멘텀이 두 가지 독립적인 요소 즉, 1) 매그니튜드 연산 모멘텀(magnitude OM)과 2) 공간적 방향 유도 연산 모멘텀(spatial directional OM)의 작용에 의해 일어나는 것으로 가정하였다. 매그니튜드 연산 모멘텀은 덧셈에서는 과대 추정, 뺄셈에서는 과소 추정이 일어나는 편향을 의미하며, 공간적 방향 유도 연산 모멘텀은 오른쪽으로 주의를 유도했을 때 덧셈의 효율성이 높아지고, 왼쪽으로 주의를 유도했을 때 뺄셈의 효율성이 높아지는 편향을 의미한다. Haman and Lipowska(2021)의 실험 1에서는, 덧셈과 뺄셈 모두에서 과대 추정이 나타났지만, 반응 속도 분석 결과, 뺄셈에서는 왼쪽 방향으로 주의가 유도된 경우 반응 속도가 더 빨랐으며, 덧셈에서는 오른쪽 방향으로 주의가 유도된 경우 반응 속도가 더 빨랐다. 저자들은 이 결과를 주의 단서 효과(attentional cuing effect)에 의해 공간적 방향 유도 연산 모멘텀이 관찰된 결과로 해석하였다. 실험 2에서는 1을 더하거나 빼는 연산을 제시하였는데, 아동의 셈 원리(counting principle; CP)의 이해 단계에 따라 매그니튜드 연산 모멘텀이 더 강해지는 것이 관찰되었다. 셈 원리의 이해는 총 3 단계로 나뉘는데 이 중 초기 단계에 해당하는 아동들은 덧셈과 뺄셈에서 모두 과대 추정을 보인 데에 반해, 셈 이해의 단계가 올라갈수록 아동들은 성인과 유사한 연산 모멘텀을 보여주었다. 이와 같은 결과는 공간적-방향 유도 연산 모멘텀은 발달적으로 더 이른 시기에 나타나며, 아동이 기초적인 셈 원리 등 수에 대한 지식 습득을 통해 점차 수-공간 연합, 매그니튜드 연산 모멘텀 등을 나타내게 되는 것으로 해석될 수 있다.

Pinheiro-Chagas *et al.*,(2018)은 8-12세 아동을 대상으로 5지선다형 대략적 연산(덧셈, 뺄셈) 과제를 실시하였는데, 흥미롭게도 8세 아동에서는 연산 모멘텀이 관찰되지

않은 데에 반해 9-12세에서는 연령이 증가할수록 정확도가 높아지는 동시에 체계적인 패턴의 오류가 증가하여 연산 모멘텀 효과가 크게 관찰되었다. 이러한 결과는 연령이 증가할수록 아동들의 연산 모멘텀 효과가 감소할 것을 예측하는 로그 압축 가설과 배치된다. (8세 아동의 경우, 9-12세 아동과 비교할 때 상대적으로 정확도가 더 낮으면서 무선적인 패턴으로 오류를 보였다.) 이와 같은 결과에 대하여 저자인 Pinheiro-Chagas *et al.,*(2018)은 학교에서 수학 교육을 받게 되면 아동들이 점차 더 정확한 수 직선 표상을 발달시키게 되고, 수 직선 상에서 시공간적 주의가 이동되는 훈련을 더 많이 받게 되어 연산 모멘텀 효과가 강해질 수 있다고 해석하였다. 이러한 해석은 연산 모멘텀 효과에 대한 로그 압축 이론의 예측(로그 압축 이론은 발달과 학습이 진행됨에 따라 연산의 정확도가 높아져 연산 모멘텀 효과가 작아질 것을 예측)과 배치되며, 시공간적 주의의 이동 이론의 예측과 일치한다.

3. 아동과 성인의 연산 모멘텀 비교 및 주의와의 관계

Knops *et al.,*(2013)은 6-7세 아동과 성인을 대상으로 점 집합을 이용한 대략적 덧셈과 뺄셈 과제를 실시하였다. 그 결과, 선행 연구에서 관찰된 바와 같이 성인들의 연산 수행에서 연산 모멘텀 효과가 관찰된 데에 반해, 아동들의 수행에서는 역 연산 모멘텀 효과(reverse OM effect)가 관찰되었다. 즉, 아동들은 덧셈에서보다 뺄셈에서 과대 추정의 정도가 강하였다. 이 연구에서는 포즈너 과제를 통해 시공간 주의력의 두 가지 성분(정향, 재정향 능력)을 측정하였다. 연구 결과, 아동의 주의력 중 재정향 능력과 연산 모멘텀 효과 간에 유의한 상관관계가 관찰되었다. 즉, 재정향 능력이 좋은 아동에게서 더 큰 연산 모멘텀 효과가 관찰되었다. 저자들은 이와 같은 결과에 대하여, 성인에서와 유사한 패턴의 아동 연산 모멘텀 효과가 주의 체계의 성숙을 반영하는 것으로 해석하였으며, 시공간 주의 능력과 암산 능력 간의 밀접한 연관성을 시사한다고 하였다.

McCrink and Wynn(2009)의 연구에서 보고된 영아들의 연산 모멘텀 효과, Knops *et al.,*(2013)의 연구에서 보고된 6-7세 아동들이 역 연산 모멘텀 효과, Pinheiro-Chagas *et al.,*(2018)의 연구에서 보고된 9-12세 아동들의 연산 모멘텀 효과 및 성인을 대상으로 한 여러 연구에서 보고된 연산 모멘텀 효과를 종합하면, 발달에 따른 연산 모멘텀 효과의 추이는 선형적이지 않을 가능성이 높다. 연산 모멘텀 효과의 발달에 영향을 미칠 수 있는 요인은 매우 다양할 것으로 추측되며, 다양한 요인과의 상호작용

을 통한 연산 모멘텀의 발달적 추이에 대해 명확히 이해하기 위해서는 많은 후속 연구가 필요하다.

V. 연산 모멘텀 효과와 공간-수 연합 효과의 연관성

1. 반응 코드의 공간-수 연합 효과(이하, SNARC 효과)

비교적 최근에 연구가 이루어지기 시작한 연산 모멘텀과 달리, 수 표상이 공간적 주의와 밀접한 관계가 있다는 연구는 90년대 초반부터 꾸준히 이어져오고 있다. 이러한 연구에 많은 관심을 불러일으킨 대표적인 현상으로 ‘반응 코드의 공간-수 연합 효과(spatial-numerical association of response codes, 이하, SNARC 효과)’가 있다(Dehaene, Bossini and Giraux, 1993). SNARC 효과란, 상대적으로 작은 수에 대한 반응은 왼쪽 공간, 상대적으로 큰 수에 대한 반응은 오른쪽 공간에서 빠르게 일어나는 현상을 말한다. SNARC 효과를 처음 보고한 Dehaene *et al.,*(1993)에서는 명시적으로 수의 크기에 대한 정보처리가 요구되지 않는 홀수-짝수 판단(parity judgment) 과제 수행 시에도 자동적으로 수 표상이 활성화되고 이와 연합된 시공간적 주의에 의해 SNARC 효과가 나타난 것으로 해석되었다. 따라서, SNARC 효과는 우리의 정신적 수 표상이 왼쪽에서 오른쪽으로 정렬된 연속선의 형태를 띤다는 이론을 뒷받침하는 증거로 제시되기도 하였다(Dehaene *et al.,* 1993; Dehaene, 2007). 그러나 SNARC 현상이 반드시 왼쪽에서 오른쪽으로 정렬된 정신적 수 직선의 존재를 반영한다고 보기 어렵다고 주장하는 대안 이론들도 있다(Abrahamse, van Dijck and Fias, 2016; Didino, Breil and Knops, 2019; Gevers, Santens, Dhooge, Chen, Van den Bossche, Fias and Verguts, 2010; Proctor and Cho, 2006; Santens and Gevers, 2008). 예를 들어, Proctor and Cho(2006)는 SNARC 효과가 나타나는 기전을 설명할 수 있는 극성 대응(polarity correspondence) 이론을 제시하였다. 극성 대응 이론에 의하면, ‘큰 것’은 ‘+’극에 대응되고, ‘작은 것’은 ‘−’극에 대응되는 것이 직관적이고 자연스럽기 때문에 작은 수는 왼쪽 혹은 아래쪽 공간과, 큰 수는 오른쪽 혹은 위쪽 공간과 범주적으로 연합된다고 설명한다. 실제로, Ito and Hatta(2004)의 연구에서는 위/아래 버튼을 이용한 실험에서 작은 수는 아래쪽 공간과, 큰 수는 위쪽 공간과 연합되는 SNARC 효과를 관찰하였다. (SNARC 효과의 기전에 대한 여러 이론들은

반드시 상호배타적인 관계라고 볼 수는 없다.)

한편, 시간, 공간과 수 표상이 공유된 기전에 의해 처리된다는 ATOM (a theory of magnitude) 이론(Bueti and Walsh, 2009; Walsh, 2003)의 예측과 부합하는 STEARC (spatial–temporal association of response codes) 효과, TiNARC (temporal-numerical association of response codes), SSARC (Spatial Size Association of Response Codes) 효과 등 다양한 반응 코드의 공간적 연합 현상에 대한 보고가 이어지고 있다 (Fabbri, Cancellieri and Natale, 2012; Ishihara, Keller, Rossetti and Prinz, 2008; Kiesel and Vierck, 2009; Weis, Theobald, Schmitt, van Leeuwen and Lachmann, 2018). 이러한 현상들은 수-공간 연합 현상이 보다 보편적인 매그니튜드 및 물리적 속성과 공간 간 연합 효과의 한 단면일 가능성을 시사한다.

2. 연산 모멘텀과 수–공간 연합 효과

연산과 공간적 주의와의 관계는 다양한 방식으로 연구되었다. Masson and Pesenti(2014)는 표적 탐지 과제를 이용하여, 연산의 결과에 대한 응답 시 뺄셈에서는 왼쪽 표적이 오른쪽 표적보다 더 빨리 탐지되고, 덧셈에서는 왼쪽 표적보다 오른쪽 표적이 더 빨리 탐지된다는 것을 보고하였다. 이후 이어진 Masson and Pesenti(2016)의 연구에서는, 뺄셈을 할 때 왼쪽에 방해 자극이 있는 경우 연산이 느려지고, 덧셈을 할 때 오른쪽에 방해 자극이 있는 경우 연산이 느려지는 현상이 관찰되었다. 저자들은 이 현상을 공간 일치 효과(space congruency effect)라 명명하였다. 두 연구는 덧셈과 오른쪽 공간, 뺄셈과 왼쪽 공간이 연합되는 연산-공간 연합 효과를 확인시켜주었다.

Pinhas *et al.,*(2014)은 앞서 Ⅱ 단원에서 소개되었던 연산 기호-공간 연합(OSSA) 효과를 관찰하기 위한 실험을 실시하였다. 이 연구에서는 연산 기호를 제시하고 왼쪽 혹은 오른쪽으로 분류하도록 하는 연산 기호 분류 과제를 사용하였다. 그 결과, 실험 참가자들은 ‘+’ 기호에 대해서는 왼쪽보다 오른쪽 버튼을 누를 때 더 빠르게 반응하였고, ‘−’ 기호에 대해서는 오른쪽보다 왼쪽 버튼을 누를 때 더 빠르게 반응하였다. 이러한 현상은 손을 교차로 하여 실험했을 때에도 동일하게 나타났다. 그러나 연산이라는 맥락적 단서가 없으면 연산 기호를 제시하더라도 주의 편향이 강하게 일어나지 않았다. 연산 기호 분류 과제와 함께 실시한 연산 과제에서는, 뺄셈을 할 때보다 덧셈을 할 때 수 직선 상 응답이 더 오른쪽으로 치우쳐지는 연산 모멘텀 효과가 관찰되었다. 연구자들은

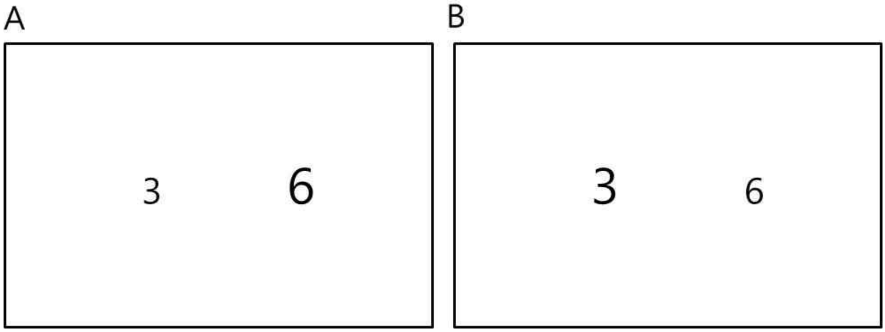
또한 연산 기호 분류 과제와 연산 과제 간에 상관관계를 확인하여, 연산 기호의 공간적 연합은 연산의 맥락에서 공간적 주의의 이동을 일으킨다고 해석하였다.

한편, Pinhas *et al.,*(2015)은 역 방향의 수 직선(inverted number line)을 이용한 연산 과제를 실시한 결과, 역 연산 모멘텀(reverse operational momentum)이 나타나는 것을 관찰하였다. 이러한 결과는 연산 모멘텀이 관습적인 공간적 연합에 의한 것이 아니라, 연산 당시 맥락에서의 공간적 수 배열과 관련이 있음을 의미한다. 이렇듯 연산 모멘텀이 맥락적 단서에 의해 반대로 나타난 것은 기존에 밝혀진 SNARC 효과의 맥락 의존성과 비슷하지만, 이 연구에서 사용된 연산 문제 중 예외적으로, 두 번째 피연산자가 1, 2인 연산에서 답이 4인 경우에는 역 연산 모멘텀이 나타나지 않았기 때문에 이와 같은 현상이 모든 연산으로 일반화될 수 있는 것은 아니다. 따라서 저자들은 맥락 의존성이 강한 SNARC 효과와 특정 맥락에서만 역 연산 모멘텀이 나타나는 연산 모멘텀 현상은 서로 다른 공간적 연합 기전에 기인할 가능성을 배제할 수 없다고 해석하였다.

Ⅵ. 연산 모멘텀과 수학 성취도 및 기타 인지 능력과의 관계

1. 아동의 연산 모멘텀과 수학 성취도 및 공간적 주의력 간의 관계

연산 모멘텀의 개인차가 수학 성취도 및 수-공간 연합 효과와 어떠한 관계가 있는지에 대해서는 아직 많은 연구가 이루어지지 못하였다. 최근에 발표된 Jang and Cho(2021)의 연구에 의하면, 흥미롭게도 강한 연산 모멘텀 효과(덧셈에서 과대 추정, 뺄셈에서 과소 추정 오류의 정도가 큰)를 보인 1학년 아동들의 수학 성취도(수 연산으로 측정)가 더 높았다. 연산 모멘텀의 개인차는 수 직선 추정 수행과는 관계가 없었으나, Figure 2에 설명된 숫자 스트룹(numerical stroop) 과제로 측정한 수-공간 연합의 강도와 상관관계가 관찰되었다.



[Figure 2] Example trials for each condition of the Numerical Stroop task (A) Congruent condition (The semantic and physical size of the digit 6 are both larger than 3) (B) Incongruent condition (The semantic size of digit 6 is larger than 3, but the physical size of the digit 6 is smaller than 3)

숫자 스트룹 과제에서는 두 개의 숫자를 제시하고 의미적으로 큰(혹은 작은) 수 혹은 물리적으로 큰(혹은 작은) 수를 선택하도록 한다. 숫자의 의미적 크기와 물리적 크기가 불일치할 경우, 표상 간 경쟁으로 인해 수행이 저조해진다. 특히, 숫자 스트룹 과제의 불일치(incongruent) 조건에서 무시해야 할 정보를 잘 억제하는 능력이 좋은 아동일수록 더 강한 연산 모멘텀 효과를 보이는 것으로 확인되었다. 이 결과는 포즈너 과제를 사용하여 연산 모멘텀의 강도와 공간적 주의 능력 간의 관계를 살펴본 Knops *et al.*,(2013)의 연구 결과와 일맥상통한다. Knops *et al.*,(2013)의 연구에서는 특히, 잘못 유도된 공간적 주의를 표적이 있는 위치로 다시 이동시키는 주의의 재정향(reorienting) 능력이 좋은 아동일수록 더 강한 연산 모멘텀 효과를 보이는 것으로 관찰되었다.

종합하면, 이 연구 결과는 연산 모멘텀 효과가 부정확한 수 표상으로 인한 결과가 아니며, 오히려 연산 과정에 대한 더 우수한 직관과 공간적 주의의 발달적 성숙을 반영할 가능성을 시사한다. Jang and Cho(2021)의 연구 결과는 연산 모멘텀의 기전에 대한 로그 압축 이론의 예상과는 어긋나며, 시공간적 주의 이동 이론을 뒷받침한다고 해석할 수 있다. 현재까지 Jang and Cho(2021)의 연구 결과는 연산 모멘텀과 수학 성취도 간의 연관성을 연구한 유일한 연구이다. 따라서, 아직 성인들에서는 어떠한 연관성이 관찰되는지에 대해서는 보고된 바가 없다. 연산 모멘텀 현상의 발달적 기전과 주의 체계의 성숙 및 수학 성취도와의 관계를 더 깊이 있게 이해하기 위해 더 많은 후속 연구가 이루어질 필요가 있다.

2. 연산 모멘텀, 수-공간 연합과 읽기 능력 간의 관계

작은 수는 왼쪽 공간, 큰 수는 오른쪽 공간과 연합되는 수-공간 연합 현상의 기원과 발달 과정에 대해서는 현재까지도 열띤 논쟁이 이어지고 있다. 어떤 연구자들은 수-공간 연합의 방향성이 읽기 방향에 의해 문화적으로 학습된 것이라 주장한다(Bächtold, Baumuller and Brugger, 1998; Dehaene *et al.,* 1993; Fischer, Castel, Dodd and Pratt, 2003; Zorzi, Priftis and Umiltà, 2002). 이러한 입장은 오른쪽에서 왼쪽으로 글을 읽는 팔레스타인 사람들에게서는 역 SNARC 효과가 관찰된다는 연구 결과에 의해 지지되었다. 그러나, 유아들에게서도 성인과 유사한 방향의 수-공간 연합 현상이 관찰된다는 연구 결과는 본격적으로 문화적 학습이 이루어지기 이전에 아이들이 공간적 편향을 타고났을 가능성을 시사한다(Opfer, Thompson and Furlong, 2010; Patro and Haman, 2012). 현재 많은 연구자들은 타고난 공간적 편향이 문화적 학습에 의해 강화되어 수-공간 연합 현상이 공고화될 가능성을 수용하는 입장을 취하고 있다(Pinheiro-Chagas *et al.,* 2018).

이와 관련하여, 연산 모멘텀 효과 역시 학습된 읽기 방향과 읽기 능력의 발달에 의해 영향을 받는지에 대한 의문이 제기되었다(Knops *et al.,* 2013). 만약, 공간적 수직선의 방향과 수-공간 연합이 문화적인 읽기 방향과 읽기 능력의 숙련도에 따라 강화되는 것이라면, 연산 모멘텀 역시 읽기 방향과 읽기의 숙련도에 의해 영향을 받을 가능성을 예측할 수 있다. 현재까지 이에 대해 많은 연구가 이루어지지 못한 상황이나, Knops *et al.,*(2013)의 아동 대상 연구에 의하면, 6-7세 아동의 연산 모멘텀과 읽기의 숙련도 간에는 상관관계가 관찰되지 않았다고 한다.

Ⅶ. 논의 및 결론

본 개관 연구에서는 비교적 최근에 연구되기 시작한 연산 모멘텀 효과를 소개하고 이러한 현상이 일어나는 기전에 대한 여러 이론과 연구 결과들을 살펴보았다. 연산 모멘텀 효과는 공간적 주의가 수 표상과 연합되어 있듯이, 연산 역시 공간적 주의와 연합됨을 반영하는 현상으로 이해될 수 있다. 연산 모멘텀에 대한 이해를 통해 수학적 정보처리의 특성을 더 폭넓게 이해하고, 수 정보 처리와 공간적 주의와의 관계성의 일반화 가능성을 확인할 수 있었다.

연산 모멘텀의 기전에 대한 대표적인 이론으로는 로그 압축 이론, 시공간적 주의 이동 이론, 공간적 경쟁 이론, 휴리스틱 이론과 AHAB 이론이 있다. 이들 이론이 모두 상호 배타적인 것은 아니나, 여러 연구들을 통해 보고된 결과들을 고려할 때, 로그 압축 이론은 연산 모멘텀 효과의 현상학적 특성과 잘 들어맞지 않는 것으로 보인다. 로그 압축 이론은 발달과 학습이 진행됨에 따라 연산의 정확도가 높아져 연산 모멘텀 효과가 작아질 것을 예측하나, 선행 연구들은 그러한 예상과 반대되는 결과를 보고하고 있기 때문이다 (Pinheiro-Chagas *et al.,* 2018; Jang and Cho, 2021). 그 외 시공간적 주의 이동 이론과, 공간적 경쟁 이론, 휴리스틱 이론과 AHAB 이론은 상호 배타적인 이론이 아니므로 여러 연구 결과들을 토대로 밝혀진 연산 모멘텀 효과의 다양한 현상학적 특성을 각기 잘 설명하는 이론인 것으로 판단된다. 맥락에 따라 유동적으로 나타나는 연산 모멘텀 현상을 온전하게 설명하기 위해서는 시공간적 주의 이동 이론과 공간적 경쟁 이론 및 휴리스틱 이론, 그리고 이를 발전시킨 AHAB 이론을 종합적으로 고려할 필요가 있다.

연산 모멘텀의 현상학적 특성에 대한 연구들에 의하면, 연산 모멘텀이 비상징적 수에 대한 대략적 연산에 국한되지 않고, 상징적 수를 이용한 연산에서도 관찰되며 심지어 (비상징적) 곱셈과 나눗셈에서도 관찰되었다. 또한 연산 모멘텀은 일반적으로 가정되는 수평 방향의 정신적 수 직선 차원을 넘어서는 수직 방향(특히 위 방향)과도 연합되는 것으로 나타났다(이는 반응 코드에서의 공간-연산 연합이라 명명되었다). 연산 모멘텀 효과는 계산식의 모든 요소 즉, 피연산자, 연산 기호 그리고 연산의 결과값에 의해 시공간적 주의가 경쟁적으로 이동하는 과정을 통해 일어나며, 이에 더하여 연산식의 첫 번째 피연산자가 특히 주의를 강하게 끄는 기준점 편향의 영향을 반영하는 것으로 드러났다. 연산 모멘텀에 대한 연구들을 종합해볼 때, 수와 공간, 수와 공간적 주의와의 관계성이 연산에서도 유사하게 적용되는 것으로 판단된다. 따라서 수 표상이 그러하듯(Fischer, 2018), 연산 역시 시공간적 맥락에서 이루어진 감각-운동 경험을 통해 체화된 인지 과정(embodied cognition)일 가능성이 있다고 사료된다.

또한, 연산 모멘텀에 대한 연구 결과들을 이해할 때에 실험 맥락의 차이에 세심한 주의를 기울일 필요가 있다고 판단된다. 연산 과제에서 사용된 자극의 종류, 피연산자의 크기 범위, 응답 방식(예를 들어, 정답인지 아닌지 판단하기; 다지선다형; 연산 결과 키보드로 입력하기; 연산의 결과를 직선의 길이로 표현하기 등)에 따라 연산 모멘텀 효과의 양상이 매우 달라질 수 있는 것으로 드러났다.

한편, 연산 모멘텀 효과의 발생 과정에 대한 타고난 본성 대 학습(nature vs. nurture) 논쟁과 관련하여 이분법적인 접근은 타당하지 않다고 여겨진다. 연산 모멘텀 효

과가 본격적인 수학 학습을 받기 이전의 영아들에게서도 관찰된다는 연구 결과와 문화적 학습의 영향으로 연산 모멘텀 효과가 강화된다는 연구 결과가 공존하는 것은, 연산 모멘텀 효과를 일으키는 타고난 공간-수 연합이 존재함과 동시에 이 기전이 학습을 통해 강화된다는 두 가지 가능성이 모두 타당할 가능성을 시사한다. 이는 수 직선의 공간적 배열과 방향성에 대해서도 타고난 본성과 문화적 학습의 영향을 뒷받침하는 각각의 증거가 공존하는 것과도 일맥상통한다(Göbel, McCrink, Fischer and Shaki, 2018; Rugani, Vallortigara, Priftis and Regolin, 2015).

연산 모멘텀 효과에 대한 연구는 아직 다른 수 인지 분야의 여러 주제들만큼 많은 연구가 이루어지지 못하였다. 따라서 본 개관 연구에 포함된 연구의 수가 많지 않아 논의의 폭이 다소 제한된다는 한계점이 있다. 따라서 비교적 최근에 이루어진 주요 연구들의 시사점에 주목하여 많은 후속 연구가 필요한 상황이다. 특히, 연산 모멘텀 효과를 강하게 나타내는 사람들이 주의의 여러 요소 중 재정향(reorienting) 및 억제(inhibition) 능력과 수학 성취도가 더 우수하다는 일련의 연구 결과들은 매우 흥미롭다. 이는 연산 모멘텀이 단순히 부족한 인지 능력으로 인해 나타나는 추정 오류가 아니라, 주의 능력의 성숙과 연산에 대한 지식 및 효율적 연산 기술의 습득을 반영하는 현상임을 시사하기 때문이다.

발달적 수학 학습 장애(dyscalculia)나 후천적인 계산 장애(acalculia)가 있는 사람들에게서 연산 모멘텀 효과가 어떻게 관찰되는지에 대한 연구를 통해 이와 같은 가설을 검증할 필요가 있다. 만약 수학 학습 장애가 있는 사람들에게서 연산 모멘텀 효과가 일반인과 다른 양상으로 나타난다면, 이는 수학 학습 장애가 공간-수 연합의 문제에 국한되는 것이 아니라(Bachot, Gevers, Fias and Roeyers, 2005; Huber, Sury, Moeller, Rubinsten and Nuerk, 2015), 공간-연산 연합의 문제와도 관련됨을 시사한다. 만약 이와 같은 가능성이 확인된다면, 올바른 공간-연산 연합을 형성, 강화시키는 훈련이 수학 성취도의 향상 효과가 있는지에 대한 연구를 통해 수학 학습 장애를 완화, 극복할 수 있는 교육 프로그램의 개발을 기대해 볼 수 있다(Sella, Tressoldi, Lucangeli and Zorzi, 2016).

또한, 후속 연구들을 통해 연산 모멘텀에 영향을 미칠 수 있는 여러 요인에 대한 체계적인 탐색과 이론적 재정립이 필요하다. 특히 연령에 따라, 피연산자의 크기/성별/우세손(오른손잡이 대 왼손잡이) 등이 연산 모멘텀에 어떠한 체계적인 영향을 미치는지에 대해 많은 후속 연구가 이루어질 필요가 있다.

참고문헌

Abrahamse, Elger, Jean P. van Dijck, and Wim Fias. 2016. “How does working memory enable number-induced spatial biases?” *Frontiers in psychology* 7: 977.

Anderson, Michael L.. 2007. “Evolution of cognitive function via redeployment of brain are as.” *Neuroscientist* 13(1): 13–21.

Bachot, Jan, Wim Gevers, Wim Fias, and Herbert Roeyers. 2005. “Number sense in childre n with visuospatial disabilities: Orientation of the mental number line.” *Psychology science* 47(1): 172.

Bächtold, Daniel, Martin Baumuller, and Peter Brugger. 1998. “Stimulus-response compatibi lity in representational space.” *Neuropsychologia* 36(8): 731–735.

Bueti, Domenica, and Vincent Walsh. 2009. “The parietal cortex and the representation of time, space, number and other magnitudes.” *Philosophical Transactions of the Roy al Society B: Biological Sciences* 364(1525): 1831-1840.

Cantlon, Jessica F., Sara Cordes, Melissa E. Libertus, and Elizabeth M. Brannon. 2009. “C omment on “Log or Linear? Distinct Intuitions of the Number Scale in Western a nd Amazonian Indigene Cultures”.” *Science* 323(5910): 38-38.

Cassia, Viola M., Hermann Bulf, Koleen McCrink, and Maria Dolores de Hevia. 2017. “Op erational momentum during ordering operations for size and number in 4-month-ol d infants.” *Journal of Numerical Cognition* 3(2): 270-287.

Charras, Pom, Enrique Molina, and Juan Lupiáñez. 2014. “Additions are biased by operands: Evi dence from repeated versus different operands.” *Psychological Research* 78(2): 248–265.

Chen, Qi, and Tom Verguts. 2012. “Spatial intuition in elementary arithmetic: A neurocom putational account.” *PLoS One* 7(2): Article e31180.

Cordes, Sara, Charles Randy Gallistel, Rochel Gelman, and Peter E. Latham. 2007. “Nonverbal arit hmetic in humans: Light from noise.” *Perception and Psychophysics* 69(7): 1185-1203.

Dehaene, Stanislas. 1997. *The number sense*. New York, NY: Oxford University Press.

_______. 2001. “Précis of the number sense.” *Mind and language* 16(1): 16-36.

_______. 2003. “The neural basis of the Weber–Fechner law: a logarithmic mental number line.” *Trends in Cognitive Sciences* 7(4): 145-147.

Dehaene, Stanislas, and Elizabeth Brannon. eds. 2011. *Space, time and number in the brain: Sear ching for the foundations of mathematical thought*. Cambridge, MA: Academic Press.

Dehaene, Stanislas, and Laurent Cohen. 2007. “Cultural recycling of cortical maps.” *Neuro n* 56(2): 384–398.

Dehaene, Stanislas, Serge Bossini, and Pascal Giraux. 1993. “The mental representation of parit

y and number magnitude." *Journal of experimental psychology: General* 122(3): 371.
Dehaene, Stanislas, Véronique Izard, Elizabeth Spelke, and Pierre Pica. 2008. "Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures." *Science* 320(5880): 1217-1220.
Didino, Daniele, Christina Breil, and André Knops. 2019. "The influence of semantic processing and response latency on the SNARC effect." *Acta psychologic* 196: 75-86.
Dunn, Hannah, Nicky Bernstein, Maria Dolores de Hevia, Viola Macchi Cassia, Hermann Bulf, and Koleen McCrink. 2019. "Operational momentum for magnitude ordering in preschool children and adults." *Journal of experimental child psychology* 179: 260-275.
Fabbri, Marco, Jennifer Cancellieri, and Vincenzo Natale. 2012. "The A Theory Of Magnitude (ATOM) model in temporal perception and reproduction tasks." *Acta Psychologica* 139(1): 111-123.
Fischer, Martin H.. 2018. "Why numbers are embodied concepts." *Frontiers in Psychology* 8: 2347.
_______, Alan D. Castel, Michael D. Dodd, and Jay Pratt. 2003. "Perceiving numbers causes spatial shifts of attention." *Nature neuroscience* 6(6): 555-556.
Freyd, Jennifer J., and Ronald A. Finke. 1984. "Representational momentum." *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 10(1): 126–132.
Freyd, Jennifer J., and Teresa M. Pantzer. 1995. "Static patterns moving in the mind." pp. 181-204 in *The creative cognition approach*, edited by Steven M. Smith, Thomas B. Ward, and Ronald A. Finke. Cambridge, MA: MIT Press.
Gallistel, C. R., and Rochel Gelman. 2000. "Non-verbal numerical cognition: From reals to integers." *Trends in Cognitive Sciences* 4(2): 59-65.
Geary, David C.. 1993. "Mathematical disabilities: Cognition, neuropsychological, and genetic components." *Psychological Bulletin* 114(2): 345–362.
Gevers, Wim, Seppe Santens, Elisah Dhooge, Qi Chen, Lisa Van den Bossche, Wim Fias, and Tom Verguts. 2010. "Verbal-spatial and visuospatial coding of number–space interactions." *Journal of Experimental Psychology: General* 139(1): 180.
Ginsburg, Véronique, and Wim Gevers. 2015. "Spatial coding of ordinal information in short-and long-term memory." *Frontiers in human neuroscience* 9: 8.
Göbel, Silke M., Koleen McCrink, Martin H. Fischer, and Samuel Shaki. 2018. "Observation of directional storybook reading influences young children's counting direction." *Journal of experimental child psychology* 166: 49-66.
Göbel, Silke M., Samuel Shaki, and Martin H. Fischer. 2011. "The cultural number line: A review of cultural and linguistic influences on the development of number processing." *Journal of Cross-Cultural Psychology* 42(4): 543–565.

Haman, Maciej, and Katarzyna Lipowska. 2021. "Moving attention along the mental number line in preschool age: Study of the operational momentum in 3- to 5-year-old children's non-symbolic arithmetic." *Developmental Science* 24(1): e13007.

Hartmann, Matthias, Fred W. Mast, and Martin H. Fischer. 2015. "Spatial biases during mental arithmetic: Evidence from eye movements on a blank screen." *Frontiers in Psychology* 6: 12.

Huber, Stefan, Dana Sury, Korbinian Moeller, Orly Rubinsten, and Hans Christoph Nuerk. 2015. "A general number-to-space mapping deficit in developmental dyscalculia." *Research in developmental disabilities* 43: 32-42.

Ishihara, Masami, Peter E. Keller, Yves Rossetti, and Wolfgang Prinz. 2008. "Horizontal spatial representations of time: Evidence for the STEARC effect." *Cortex* 44(4): 454-461.

Ito, Yasuhiro, and Takeshi Hatta. 2004. "Spatial structure of semantic representation of numbers: Evidence from the SNARC effect." *Memory and Cognition* 32(4): 662– 673.

Izard, Véronique, and Stanislas Dehaene. 2008. "Calibrating the mental number line." *Cognition* 106: 1221-1247.

Katz, Curren, Hannes Hoesterey, and André Knops. 2017. "A role for attentional reorienting during approximate multiplication and division." *Journal of Numerical Cognition* 3(2): 246-269.

Kiesel, Andrea, and Esther Vierck. 2009. "SNARC-like congruency based on number magnitude and response duration." *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 35(1): 275.

Klein, Elise, Stefan Huber, Hans Christoph Nuerk, and Korbinian Moeller. 2014. "Operational momentum affects eye fixation behaviour." *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 67(8): 1614-1625.

Knops, André, Arnaud Viarouge, and Stanislas Dehaene. 2009. "Dynamic representations underlying symbolic and nonsymbolic calculation: Evidence from the operational momentum effect." *Attention, Perception and Psychophysics* 71(4): 803-821.

Knops, André, Bertrand Thirion, Edward M. Hubbard, Vincent Michel, and Stanislas Dehaene. 2009. "Recruitment of an area involved in eye movements during mental arithmetic." *Science* 324(5934): 1583-1585.

Knops, André, Stanislas Dehaene, Ilaria Berteletti, and Marco Zorzi. 2014. "Can approximate mental calculation account for operational momentum in addition and subtraction?" *Quarterly journal of experimental psychology* 67(8): 1541-1556.

Knops, André, Steffen Zitzmann, and Koleen McCrink. 2013. "Examining the presence and determinants of operational momentum in childhood." *Frontiers in Psychology* 4: 325.

Kramer, Peter, Paola Bressan, and Massimo Grassi. 2018. "The SNARC effect is associated with worse mathematical intelligence and poorer time estimation." *Royal Society open science* 5(8): 172362.

Masson, Nicolas, Clément Letesson, and Mauro Pesenti. 2018. "Time course of overt attentional shifts in mental arithmetic: Evidence from gaze metrics." *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 71(4): 1009–1019.

Masson, Nicolas, and Mauro Pesenti. 2014. "Attentional bias induced by solving simple and complex addition and subtraction problems." *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 67(8): 1514–1526.

_______. 2016. "Interference of lateralized distractors on arithmetic problem solving: a functional role for attention shifts in mental calculation." *Psychological Research* 80(4): 640–651.

_______, Françoise Coyette, Michael Andres, and Valérie Dormal. 2017. "Shifts of spatial attention underlie numerical comparison and mental arithmetic: evidence from a patient with right unilateral neglect." *Neuropsychology* 31(7): 822–833.

Masson, Nicolas, Mauro Pesenti, and Valérie Dormal. 2017. "Impact of optokinetic stimulation on mental arithmetic." *Psychological Research* 81(4): 840–849.

Mathieu, Romain, Audrey Gourjon, Auriane Couderc, Catherine Thevenot, and Jérôme Prado. 2016. "Running the number line: rapid shifts of attention in single-digit arithmetic." *Cognition* 146: 229–239.

Mathieu, Romain, Justine Epinat-Duclos, Jessica Léone, Michel Fayol, Catherine Thevenot, and Jérôme Prado. 2017. "Hippocampal spatial mechanisms relate to the development of arithmetic symbol processing in children." *Developmental Cognitive Neuroscience* 30: 324–332.

McCrink, Koleen, and Karen Wynn. 2009. "Operational momentum in large-number addition and subtraction by 9-month-olds." *Journal of experimental child psychology* 103(4): 400-408.

McCrink, Koleen, Stanislas Dehaene, and Ghislaine Dehaene-Lambertz. 2007. "Moving along the number line: operational momentum in nonsymbolic arithmetic." *Perception & psychophysics* 69(8): 1324–1333.

McCrink, Koleen, and Timothy Hubbard. 2017. "Dividing attention increases operational momentum." *Journal of Numerical Cognition* 3(2): 230–245.

Nieder, Andreas, and Stanislas Dehaene. 2009. "Representation of number in the brain." *Annual Review of Neuroscience* 32: 185-208.

Opfer, John E., and Clarissa A. Thompson. 2008. "The trouble with transfer: Insights from microgenetic changes in the representation of numerical magnitude." *Child Development* 79(3): 788-804.

_______, and Ellen E. Furlong. 2010. "Early development of spatial-numeric associations: evidence from spatial and quantitative performance of preschoolers." *Developmental Science* 13(5): 761–771.

Patro, Katarzyna, and Maciej Haman. 2012. "The spatial-numerical congruity effect in preschoolers." Journal of experimental child psychology 111(3): 534–542.

Pica, Pierre, Cathy Lemer, Véronique Izard, and Stanislas Dehaene. 2004. "Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group." *Science* 306(5695): 499-503.

Pinhas, Michal, and Martin H. Fischer. 2008. "Mental movements without magnitude? A study of spatial biases in symbolic arithmetic." *Cognition* 109(3): 408-415.

Pinhas, Michal, Samuel Shaki, and Martin H. Fischer. 2014. "Heed the signs: Operation signs have spatial associations." *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 67(8): 1527-1540.

_______. 2015. "Addition goes where the big numbers are: evidence for a reversed operational momentum effect." *Psychonomic bulletin and review* 22(4): 993-1000.

Pinheiro-Chagas, Pedro, Daniele Didino, Vitor G. Haase, Guilherme Wood, and André Knops. 2018. "The developmental trajectory of the operational momentum effect." *Frontiers in psychology* 9: 1062.

Proctor, Robert W., and Yang Seok Cho. 2006. "Polarity correspondence: A general principle for performance of speeded binary classification tasks." *Psychological Bulletin* 132(3): 416–442.

Rugani, Rosa, Giorgio Vallortigara, Konstantinos Priftis, and Lucia Regolin. 2015. "Number-space mapping in the newborn chick resembles humans' mental number line." *Science* 347(6221): 534-536.

Santens, Seppe, and Wim Gevers. 2008. "The SNARC effect does not imply a mental number line." *Cognition* 108(1): 263-270.

Sella, Francesco, Patrizio Tressoldi, Daniela Lucangeli, and Marco Zorzi. 2016. "Training numerical skills with the adaptive videogame "The Number Race": A randomized controlled trial on preschoolers." *Trends in Neuroscience and Education* 5(1): 20-29.

Shaki, Samuel, Martin H., and Fischer. 2008. "Reading space into numbers: A cross-linguistic comparison of the SNARC effect." *Cognition* 108(2): 590–599.

_______, and William M. Petrusic. 2009. "Reading habits for both words and numbers contribute to the SNARC effect." *Psychonomic Bulletin and Review* 16(2): 328–331.

Siegler, Robert S., and Julie L. Booth. 2004. "Development of numerical estimation in young children." *Child development* 75(2): 428-444.

Thompson, Clarissa A., and John E. Opfer. 2010. "How 15 hundred is like 15 cherries: Effect of progressive alignment on representational changes in numerical cognition."

Child Development 81(6): 1768-1786.

Tversky, Amos, and Daniel Kahneman. 1974. “Judgment under uncertainty: Heuristics and biases.” *Science* 185(4157): 1124-1131.

Walsh, Vincent. 2003. “A theory of magnitude: common cortical metrics of time, space and quantity.” *Trends in cognitive sciences* 7(11): 483-488.

Weis, Tina, Steffen Theobald, Andreas Schmitt, Cees van Leeuwen, and Thomas Lachmann. 20 18. “There’s a SNARC in the size congruity task.” *Frontiers in psychology* 9: 1978.

Zebian, Samar. 2005. “Linkages between number concepts, spatial thinking, and directionali ty of writing: The SNARC effect and the reverse SNARC effect in English and A rabic monoliterates, biliterates, and illiterate Arabic speakers.” *Journal of Cognitio n and Culture* 5(1-2): 165-190.

Zorzi, Marco, Konstantinos Priftis, and Carlo Umiltà. 2002. “Neglect disrupts the mental nu mber line.” *Nature* 417(6885): 138-139.

(2021. 11. 01. 접수; 2021. 12. 16. 수정; 2021. 12. 26. 채택)

국문초록

연산 모멘텀 효과의 인지적 기전과 특성에 대한 연구 개관*

이 예 지** · 조 수 현***

‘연산 모멘텀’ 효과란 덧셈에서는 과대 추정, 뺄셈에서는 과소 추정이 일어나는 현상을 말한다. 본 개관 연구에서는 연산 모멘텀 효과를 소개하고 이러한 현상이 일어나는 인지적 기전에 대한 여러 이론들 - 로그 압축, 시공간적 주의 이동, 공간적 경쟁, 휴리스틱 이론과 이를 발전시킨 산술 휴리스틱과 편향(AHAB) 이론 - 에 대하여 고찰하였다. 로그 압축 이론은 연산 모멘텀 효과의 현상학적 특성과 잘 들어맞지 않는 것으로 보이는 반면, 맥락에 따라 유동적으로 나타나는 연산 모멘텀 현상을 온전하게 설명하기 위해서는 그 외 이론들을 종합적으로 고려하여야 할 것으로 판단된다. 연산 모멘텀 효과는 피연산자, 연산 기호 그리고 연산의 결과에 의한 시공간적 주의의 이동이 경쟁적으로 작용하는 과정을 통해 일어나는 것으로 보인다. 여러 연구 결과를 종합하면, 연산 모멘텀 효과는 맥락에 따른 공간-수 연합, 공간-연산 연합, 기준점 편향 등 수학적 정보 처리와 공간적 주의의 다양한 상호 작용을 반영한다. 본 연구의 말미에 연산 모멘텀 효과에 대한 이론적 논쟁에 대한 제언과 후속 연구의 방향을 제시한다.

주제어: 연산 모멘텀, 공간적 주의, 공간-수 연합, 연산 기호-공간 연합

---

* 이 논문은 2019년도 중앙대학교 연구장학기금 지원에 의한 것임.
** 중앙대학교 심리학과 석사 수료. festa07@cau.ac.kr. 주저자.
*** 중앙대학교 심리학과 교수. soohyun@cau.ac.kr. 교신저자.
https://doi.org/10.33071/ssricb.45.4.202112.177