Dynamic Nelson-Siegel 모형을 이용한 국고채 최적 투자 포트폴리오*

이 상 헌** (KIS채권평가)
김 명 직*** (한양대학교)

Abstract

본 연구는 Dynamic Nelson-Siegel (DNS) 모형 및 그 확장 모형을 사용하여 채권의 기대투자수익률과 공분산을 도출하고 평균-분산 최적화 문제를 풀어 포트폴리오의 만기별 투자비중을 결정한 후 그 투자성과를 주요 벤치마크 전략(단일만기, 만기보유, 사다리, 아령)과 비교한다. 미국 재무성증권 수익률에 적용한 Calderia, Moura, and Santos (2016)의 방법론을 이용하여 우리나라 국고채를 대상으로 분석한 결과는 다음과 같다. 첫째, 다양한 형태의 DNS 모형 중 6-요인 DNS모형을 이용한 평균-분산 포트폴리오 최적화 방법의 위험조정수익률이 소폭 높은 것으로 나타났다. 둘째, DNS 모형에 기반한 채권 포트폴리오 전략의 시사점은 2015년부터 2018년까지의 기간 동안 위험선호도가 높아질수록 단기물에서 장기물로의 전환 전략이 효율적이라는 것이다. 본 연구가 설정한 외표본의 복잡한 특성에도 불구하고 DNS 모형에 기반하여 투자 포트폴리오를 구성할 경우 위험조정수익률을 의미하는 샤프비율은 전통적인 전략 중 가장 우월한 전략의 경우보다 다소 작지만 유사한 수준의 성과를 나타냈다.

* 본 논문은 2019년 상반기 펀드평가3사(한국펀드평가, FnGuide, KG제로인)의 성균관대학교 자산운용연구센터(CAPM) 연구비 지원으로 수행되었습니다.
주제어 : 채권포트폴리오, Dynamic Nelson-Siegel 모형, 평균-분산 최적화, 채권 기대투자수익률, 샤프 비율
JEL 분류기호 : G17, E43, C53
** 주저자: KIS채권평가, (e-mail) shlee725@gmail.com
*** 교신저자: 한양대학교 경제금융대학 교수, (e-mail) mjkim@hanyang.ac.kr

www.kci.go.kr

[1] 서론

최근 로보어드바이징 (Robo-advising)이 새로운 금융서비스분야로 주목을 받으면서 모형기반 최적 포트폴리오관리전략에 대한 관심이 더욱 높아지고 있다.[1] 기존의 최적포트폴리오 관리전략에 관한 연구는 주로 주식포트폴리오 관리분야에 크게 편중되고 있으며 Markowitz (1952)의 평균-분산 최적화 이론이 주요 방법론으로 사용되고 있다. 이때 평균에 해당하는 기대투자수익률이 매우 중요한 역할을 하게 되는데 주식의 경우 Fama-French의 3-요인모형 또는 이의 확장모형이 이를 측정하는데 매우 유용한 것으로 알려져 있으며 Wealthfront와 같은 로보어드바이징 회사의 경우에도 자사의 웹사이트를 통해 자신들이 예외가 아님을 설명하고 있다. 반면 모형기반 최적포트폴리오관리 전략을 적극적 채권포트폴리오에 응용하는 경우는 Elton *et al.* (2003) 같이 원론적인 교과서에서도 언급은 되고 있지만 기대투자수익률과 위험을 예측하는 적정한 모형에 대한 실증분석은 상대적으로 미진한 실정이다.[2]

최근 들어 이와 같은 갭을 줄이기 위한 연구가 발표되고 있다. 대표적인 연구인 Caldeira *et al.* (2016)은 Diebold and Li (2006)의 Dynamic Nelson-Siegel 모형과 이의 대안적 변형모형들을 사용하여 예측한 채권의 기대투자수익률과 공분산 행렬을 사용하여 평균-분산 최적포트폴리오를 구성하고 이러한 전략이 기존의 전통적인 채권투자전략의 성과에 비하여 우월한 성과를 나타내는지 실증분석하였다.[3] 즉, 최적화를 위해서는 채권의 기대투자수익률을 예측하는 기간구조모형이 필요한데 기존 문헌에서는 Vasicek 1-요인모형을 특수한 경우로 포함하는 일반적인 가우시언 이자율기간구조모형을 비롯하여 단순 시계열모형인 DNS모형, 그리고 이에 무차익거래 제약조건을 부과한 모형들을 고려하였다. Caldeira *et al.* (2016)은 여러 변형된 3-요인 DNS모형의 투자성과가 기존의 전략에 비해 더 높았음을 보여주었다. Schnorrenberger and Moura (2017)는 Caldeira *et al.* (2016) 방법론에 거시요인을 추가한 채권 포트폴리오 최적화 모형으로 브라질 수익률 곡선을 대상으로 분석한 결과 거시 정보를 반영할 경우 실질적인 투자성과의 개선이 있었고 특히 비교적 장기의 예측 기간 및 중장기 만기에서 그 효과가 두드러졌음을 보여주었다. 최근 Deguest *et al.* (2018)도 채권 포트폴리오 최적화 모형 외표본 성과에 대한 연구가 부족함을 지적하며 듀레이션 제약과 무차익거래 조건이 포함된 채권 포트폴리오 최적화의 외표본 성과가 기존의 ad-hoc 포트폴리오보다 투자자의 효용(welfare)을 증가시켰다고 하였다.

그러나 이자율기간구조모형의 경우 3-요인 Nelson-Siegel 모형만으로는 수익률 구조의 복잡한 형태를 유연하게 기술하기 어려운 경우도 자주 관측되어 이를 유연하게 확장할 필요성이 제기되었으며 이는 자연스럽게 Nelson-Siegel모형의 확장으로 이어졌다. 대표적으로 Svensson (1994)은 곡도 요인을

1) 로보어드바이징은 투자성향분석, 최적자산배분(모델포트폴리오 운영), 그리고 성과조회 서비스를 제공한다. 해외 로보어드바이징 서비스의 경우 행태재무학(behavioral finance)을 빅데이터분석과 접목하여 투자자의 위험선호도를 최대한 정확히 파악하고 최신포트폴리오이론에 근거하여 자산배분하며 이를 투자로 실행하기 위해 저비용의 ETF와 인덱스 투자에 집중함으로써 운용보수를 낮추고 또한 컴퓨터에 의존하기 때문에 주기적이 아니라 거의 실시간으로 포트폴리오 재조정한다는 장점이 있는 것으로 알려져 있다. 따라서 이 분야의 신데렐라인 Betterment(뉴욕 소재), Wealthfront(캘리포니아 소재), Nutmeg(런던 소재), MoneyFarm (이태리 밀란 소재) 등뿐만 아니라 전통적인 재무자문서비스를 제공하던 Vanguard, Schwab, 그리고 Fidelity 등과 같은 대형사도 자동화된 투자 플랫폼제공에 참여하고 있다.

2) 평균-분산 최적채권포트폴리오에 대한 연구는 Korn and Koziol (2006)과 Thornton and Valente (2012) 참조.

3) 평균-분산 모형에서는 보통 기대수익률과 공분산행렬이라는 용어를 사용하는데 이때의 기대수익률은 기대되는 투자수익률(holding period return)이다. 그러나 채권의 경우 이미 수익률이란 용어가 yield를 나타내므로 혼동을 없애기 위하여 본 연구에서는 수익률은 yield의 의미로, 투자수익률은 holding period return의 의미로 구분하여 사용한다. 따라서 기대수익률은 기대투자수익률, 초과수익률은 초과투자수익률 등으로 표현한다. 수익률 개념에 따른 용어의 차이를 명확히 제시해야 함을 지적해주신 익명의 심사위원님께 감사드린다.

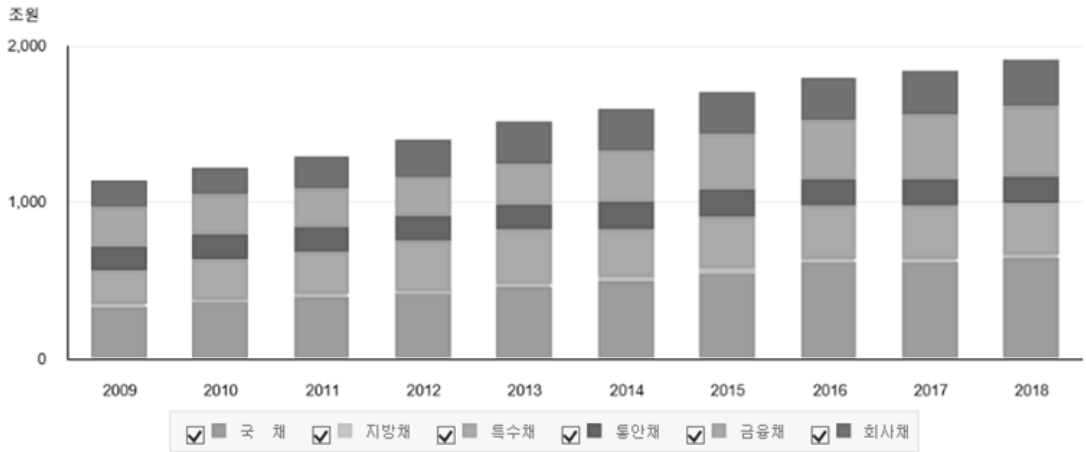
www.kci.go.kr

하나 더 추가한 4-요인 DNS모형을 제안하였고 de Rezende and Derreira (2008)와 Christensen *et al.* (2008)은 3-요인 DNS 모형에 기울기와 곡도 요인을 더 추가한 5-요인 DNS 모형을 제안하였다.

2011년 유럽 재정위기 이후 안전자산으로의 회귀 현상 등으로 인하여 우리나라 국고채 수익률 기간구조의 모습은 하향추세를 나타내다가 상승 또는 하락하며 변동성 확대가 나타나고 있다. 이와 같은 불확실한 상황 하에서 기존의 전략 외에 모형에 기반한 전략을 사용할 경우 이용 가능한 정보를 효과적으로 활용함으로써 분산효과에 따른 위험 축소와 추가적인 수익 상승을 기대할 수 있는지는 실증 분석의 영역에 해당한다. 이러한 배경 하에서 본 연구는 모형에 기반한 채권투자전략이 우리나라에서도 국고채 투자성과를 높일 수 있는지 검토하고자 한다. 기존의 채권포트폴리오 관리에 대한 연구는 이자율 면역전략 등 위험관리 측면에 중점을 둔 연구와 채권운용전략 관련 연구로 구분할 수 있다. 대표적으로 정재만(2002)은 채권면역전략의 면역성과를 분석하였다. 또한 채권운용전략과 관련한 대표적인 연구로 김동석, 김인준, 이상구(2001)는 다요인 Cox-Ingersoll-Ross 모형이 우리나라 국채시장의 이자율 기간구조를 잘 반영함을 실증적으로 보여준 바 있다. 또한 정희준(2007)은 DNS 모형을 이용하여 적극적 운용전략을 수립할 때 반드시 고려해야 할 수익률 곡선 및 거시금융 변수간 구조적 관계를 연구하였다.

국고채 투자전략에 대한 연구의 중요성은 국고채 시장이 우리 금융시장 혹은 채권시장에서 이 시장이 갖고 있는 의미에서 찾을 수 있다. 〈그림 1〉은 채권 종류별 발행잔액의 추이를 보여준다. 전체 발행잔액이 상승하고 있지만 특히 국고채의 경우 그 비중이 2009년 29%에서 2018년 34%로 증가추세에 있음을 확인할 수 있다.

〈그림 1〉 채권 종류별 발행잔액



출처 : 한국증권전산(코스콤)

특히 우리나라 채권거래의 많은 부분이 국고채, 정부보증채 그리고 우량 회사채 위주로 이루어지고 있다. 따라서 위험 측면에서 특성이 유사한 정부보증채, 우량 회사채 등에 대한 투자전략도 국고채 투자전략의 방법론을 확장하여 분석할 수 있다. 〈표 1〉은 2018년 1월부터 2018년 12월 31일까지의 채권 그룹별 거래량을 나타내는데 전체 거래금액 9,302조원 중에서 5,935조를 국채가 차지하고 있다. 회사채의 경우 국채나 다른 채권에 비해 그 거래비중이 낮다.

www.kci.go.kr

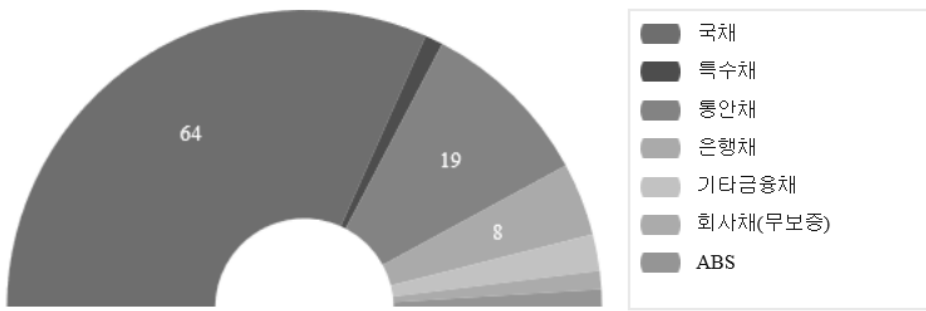
〈표 1〉 채권 그룹별 거래량

표의 내용은 2018년 1월 1일부터 2018년 12월 31일까지의 채권 그룹별 거래량(장내+장외)을 나타낸 것이다. 단위는 조원이다.

채권그룹	1Y	2Y	3Y	5Y	10Y	20Y	30Y	30Y~	합계
국채	859	398	1,992	1,506	909	111	145	15	5,935
지방채	1	1	0	4	6	0	0	0	12
특수채	56	38	45	38	9	5	7	0	198
통안채	589	1,159	0	0	0	0	0	0	1,748
은행채	426	208	61	10	3	3	4	0	714
기타금융채	122	122	82	58	13	0	1	0	397
회사채(무보증)	44	31	36	27	9	2	4	0	154
회사채(사모)	1	0	0	0	0	0	2	0	4
ABS	48	27	14	30	15	5	0	1	141
합 계	2,145	1,984	2,230	1,674	964	127	163	16	9,302

출처 : KIS Pricing의 KIS-NET

〈그림 2〉 채권 종류별 거래비중



출처 : KIS Pricing의 KIS-NET

〈그림 2〉는 〈표 1〉의 금액을 비중으로 나타낸 것으로 2018년 1월부터 2018년 12월 31일까지의 채권 그룹별 거래금액 65%를 국채가 차지하고 있음을 보여준다.

따라서 채권 거래의 상당부분이 국고채 및 이와 유사한 채권들에 의해 주도되는 시장 상황을 고려할 때 국고채 투자전략에 대한 연구가 더욱 필요함을 알 수 있다. 이러한 의미에서 본 연구는 기존의 연구와 다른 각도에서 현물수익률 예측에 널리 이용되며 실무적으로 다루기 용이한 DNS 모형에 근거하여 채권포트폴리오 투자전략의 위험대비 수익 창출 가능성과 유효성을 검토하고자 하였다.

www.kci.go.kr

실증분석결과를 요약하면 다음과 같다. DNS 모형에 기반한 전략이 시사하는 바는 최근 4년간 의 채권 투자는 위험회피계수가 높을 경우 장기 영역의 변동성이 단기 영역에 비해 높으므로 단기물 위주의 투자전략을 구사하고 위험회피계수가 낮아질수록 시간이 지남에 따라 장기물로의 전환 전략을 구성하는 것이 효율적이라는 것이다. 이는 전통적인 전략에서 샤프비율이 가장 높은 전략이 1년 만기보유 전략인 것과 일맥상통한다. 다른 형태의 DNS 모형에 비해 6-요인 DNS 모형의 샤프비율이 소폭 높았으나 외표본의 복잡한 특성으로 인해 매우 우월한 성과를 낸 것으로 평가하기는 어려웠다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장은 Caldeira *et al.* (2016)의 연구 방법론을 본 연구 목적에 적합하게 간략히 설명하고 3장에서는 대안적 채권포트폴리오 전략의 투자성과에 관한 실증분석 결과를 제시한다. 4장에서는 실증분석에 대한 안정성(robustness) 검토 결과를 설명한다. 5장에서는 연구결과를 요약하고 결론 및 시사점과 향후 개선방안을 기술한다.

[2] 방법론

2.1 Dynamic Nelson-Siegel 모형

Nelson and Siegel (1987)의 횡단면 기간구조 모형을 동태적으로 확장한 Diebold and Li (2006)의 DNS 모형은 3개 요인(수준, 기울기, 곡도)의 확률동학을 기술하는 상태방정식, 그리고 3개의 요인과 실제 현물수익률(spot rate)간의 관계를 나타내는 관측방정식으로 구성된다. 이와 같은 형태의 동학은 상태공간모형(state-space model)을 이용하여 표현할 수 있고 칼만필터법(Kalman filter)을 이용하여 추정할 수 있다.[4] 먼저 관측방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{pmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ y_t(\tau_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1-e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} - e^{-\lambda\tau_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t(\tau_1) \\ \varepsilon_t(\tau_2) \\ \vdots \\ \varepsilon_t(\tau_N) \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기에서 L_t, S_t, C_t는 각각 시간가변(time-varying)하는 수준, 기울기, 곡도요인을 의미한다.

이를 다시 요약한 형태로 나타내면 식(2)와 같다.

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{\Lambda}(\lambda)\boldsymbol{f}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon), \quad t = 1, \ldots, T \quad (2)$$

여기에서 $\boldsymbol{y}_t$는 $N \times 1$ 수익률 벡터를 의미하고 $\boldsymbol{\Lambda}(\lambda)$은 $N \times 3$ 은 요인이 수익률에 주는 영향을 측정하는 역할을 행렬(요인부하행렬)을 의미한다. $\boldsymbol{f}_t$는 $[\, L_t \; S_t \; C_t \,]'$로써 3×1 요인 벡터이고 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$는 $N \times 1$ 측정오차를 나타내는 확률오차항이다. $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$는 비대각원소가 모두 0인 대각행렬이다. 즉 서로 다른

4) 칼만필터를 이용하여 상태공간모형으로 표현한 동적요인모형의 추정 방법에 대한 상세한 내용은 김명직·장국현(2002)을 참고하기 바란다.

www.kci.go.kr

만기 사이에는 측정오차간 상관관계가 없다고 가정한다. 상태변수인 수준, 기울기, 곡도 요인은 1차 벡터자기회귀(Vector Autoregressive: VAR(1)) 모형을 따른다고 가정한다. 따라서 상태방정식은 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$f_t = (I - A)\mu + Af_{t-1} + \eta_t ,$$
$$\eta_t \sim N(0, \Sigma_\eta), \quad t = 1, \dots, T \tag{3}$$

여기에서 μ는 3×1 평균 벡터이고 A는 계수행렬을 나타낸다. Σ_η은 요인의 확률적인 잡음을 나타내며 관측방정식에서와 마찬가지로 대각행렬의 형태를 가지며 요인 잡음간에는 상관관계가 없다고 가정한다.

상태공간모형으로 표현한 DNS 모형은 요인에 대하여 선형이므로 일반적인 칼만필터를 이용하여 모수를 추정할 수 있다. 칼만필터를 이용하여 추정하면 상태방정식에 따른 예측, 관측방정식에 따른 예측오차의 보정의 형식을 반복적으로 수행하며 파라미터 추정치뿐만 아니라 미관측요인(latent factor) 추정치를 얻을 수 있다. 칼만필터를 초기화하기 위해서 보통 $f_{1|0} = \mu$ and $v_{1|0} = (I - A)^{-1}\Sigma_\eta$을 이용한다. 우선 상태방정식을 예측과정은 다음과 같다.

$$f_{t|t-1} = (I - A)\mu + Af_{t-1|t-1} , \tag{4}$$
$$v_{t|t-1} = Av_{t-1|t-1}A' + \Sigma_\eta , \tag{5}$$

요인 예측값을 이용하여 실제 수익률과의 비교함으로써 다음과 같이 예측오차와 예측오차의 공분산 행렬을 계산할 수 있다.

$$e_{t|t-1} = y_t - \Lambda(\lambda)f_{t|t-1} , \tag{6}$$
$$ev_{t|t-1} = \Lambda(\lambda)v_{t|t-1}\Lambda(\lambda)' + \Sigma_\varepsilon , \tag{7}$$

예측오차 공분산 행렬은 예측값의 불확실성을 반영하며 이러한 정보가 반영된 칼만이득(Kalman gain) $K_t = v_{t|t-1}\Lambda(\lambda)'ev_{t|t-1}^{-1}$ 을 이용하여 식(8), (9)와 같이 예측값을 갱신하는 과정을 거친다.

$$f_{t|t} = f_{t|t-1} + K_t e_{t|t-1} , \tag{8}$$
$$v_{t|t} = v_{t|t-1} - K_t\Lambda(\lambda)v_{t|t-1} , \tag{9}$$

이와 같이 상태벡터를 예측·갱신하는 칼만 앨고리듬을 통해 계산할 수 있는 조건부 예측오차와 이의 공분산행렬을 이용하여 다음과 같이 대수우도함수를 계산할 수 있다.

$$\ell(\theta) = -\frac{NT}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log|ev_t| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} e_t'(ev_t)^{-1}e_t , \tag{10}$$

여기에서 θ는 추정할 모수를 나타낸다. 매 시점 계산한 대수우도함수를 모두 합한 후 수치최적화 과정을 이용하여 극대화하게 된다.

후술할 시간가변 요인 부하 파라미터 모형(DNS(λ))의 경우 관측방정식이 비선형이다. 이 경우 확장 칼만필터(Extended Kalman Filter)를 적용하는데 f_t는 $[\,L_t\ S_t\ C_t\ \lambda_t]$ 로 확장되며 요인부하 행렬 $\Lambda(\lambda)$이 $\Lambda(\exp(\lambda_t))$으로 바뀌게 되고 식(6)의 예측오차를 계산하는 부분이 식(11)과 같이 수정된다.

$$e_{t|t-1} = y_t - \Lambda\left(\exp\left(f_{t|t-1}(4)\right)\right)$$
$$f_{t|t-1}(1:3) = y_t - H\left(f_{t|t-1}\right) , \tag{11}$$

식(11) 외에 나타나는 $\Lambda(\lambda)$는 $\left.\frac{\partial H}{\partial f}\right|_{t/t-1}$의 자코비안 형태 즉 1차 근사의 형태로 수정된다. 이와 같은 식의 변형은 비선형 관측방정식을 선형으로 근사하기 때문에 발생한다.

www.kci.go.kr

2.2 DNS모형의 확장

우리나라의 국고채 수익률 기간구조는 시계열이 시작되는 2001년 초반에 가장 높은 수준을 기록했고 그 이후로 지속적으로 하락하는 추세를 보이고 있다. 또한 대략적인 추세를 기준으로 볼 때 대내외 충격에 반응하여 국지적인 등락이 나타나고 있다. 특히 2008년 글로벌 금융위기 기간을 제외하면 만기가 길어질수록 변동성이 높아지는 경향을 보여 이는 장기 현물수익률 예측을 어렵게 하는 요인이기도 하다. 이와 같은 경우 3-요인 DNS 모형은 특히 중장기 현물 수익률 예측에서 낮은 성과를 가져올 수 있으므로 이를 대체할 수 있는 개선된 모형의 필요성이 제기된다. 이러한 문제의식에서 de Rezende (2011)는 6-요인 DNS 모형이 기존 3-요인 모형보다 중장기 만기에서의 예측성과를 크게 높였음을 보여주었다. 본 연구는 요인의 개수가 포트폴리오 성과에 미치는 영향을 파악하기 위해 3,4,5,6-요인 DNS 모형과 요인 부하 파라미터(λ)가 시간에 따라 변하는 시간가변 요인부하 파라미터(time-varying λ) DNS 모형을 추가적으로 고려한다. 4,5,6-요인 DNS 모형의 형태는 3-요인 DNS 모형의 구조와 기본적으로 동일하지만 요인부하(factor loading) 행렬에서 차이를 보인다. 4-요인 모형은 Svensson(1994), 5-요인 모형은 De Rezende & Ferreira (2008)에서 제안되었으며 4,5,6-요인 DNS 모형의 요인부하행렬의 i번째 행인 $\Lambda(\lambda_1, \lambda_2, \tau_i)$는 각각 식(12)-(14)와 같이 나타낸다.

$$\left[1 \quad \frac{1-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} - e^{-\lambda_1\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_2\tau_i}}{\lambda_2\tau_i} - e^{-\lambda_2\tau_i}\right] \tag{12}$$

$$\left[1 \quad \frac{1-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_2\tau_i}}{\lambda_2\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} - e^{-\lambda_1\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_2\tau_i}}{\lambda_2\tau_i} - e^{-\lambda_2\tau_i}\right] \tag{13}$$

$$\left[1 \quad \frac{1-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_2\tau_i}}{\lambda_2\tau_i} \quad \frac{1-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} - e^{-\lambda_1\tau_i} \quad \frac{-e^{-\lambda_1\tau_i}}{\lambda_1\tau_i} - e^{-2\lambda_1\tau_i}\right] \tag{14}$$

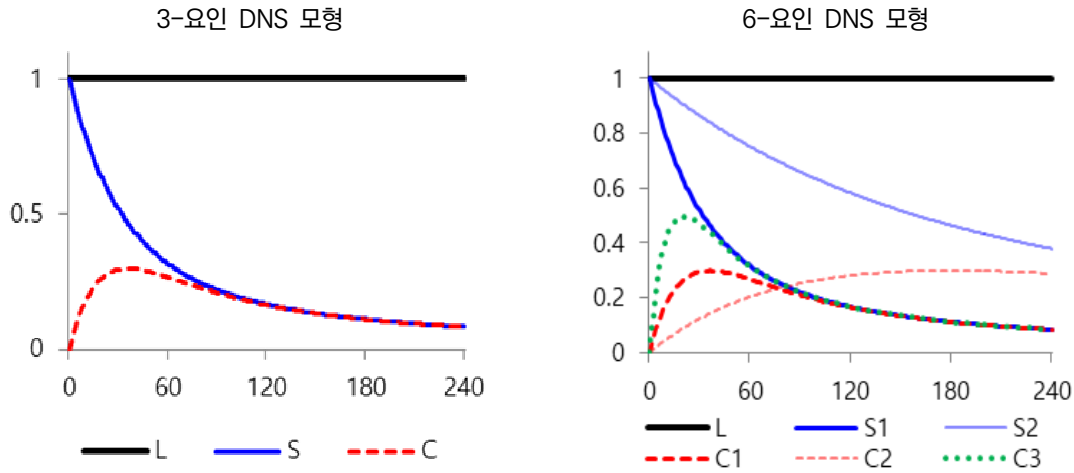
여기에서 τ_i는 i번째 만기를 나타내며 λ_1, λ_2는 두 개의 요인부하 파라미터(time decaying parameters)이다. 요인부하 행렬 $\Lambda(\lambda_1, \lambda_2, \tau_i)$과 요인의 추가에 따른 상태방정식의 계수행렬과 공분산행렬의 차원을 확장하는 것을 제외하면 기본적인 골격은 3-요인 DNS 모형과 동일하다.

3-요인 에 대비되는 다-요인 DNS 모형의 차이점은 요인부하행렬의 차이에서 비롯된다. 〈그림 3〉은 두 모형의 만기에 따른 요인부하(factor loading)의 변화를 나타낸다. 3-요인 DNS 모형 경우 수준요인은 모든 만기에 걸쳐 영향을 주지만 기울기 요인은 주로 단기에 영향을 주고 곡도 요인은 중기에 영향을 크게 주고 있다. 특히 장기금리의 경우 주로 수준요인에 의해 결정된다. 그러나 수익률 곡선이 우상향하는 단조증가 형태를 보이지 않을 경우 단순히 3-요인만으로는 수익률 곡선의 다양한 모습을 설명할 때 어려움이 따를 수 있다. 이와 같은 단점을 보완하기 위해서는 상태변수인 기울기나 곡도 요인을 추가적으로 고려할 수 있다. 다-요인 DNS 모형 중 6-요인 DNS 모형은 단기와 중기뿐만 아니라 장기 금리도 추가적인 기울기와 곡도 요인에 의해 설명될 수 있도록 확장되었다. 따라서 λ_2가 추가됨으로써 6-요인 DNS 모형의 설명력이 자료의 특성에 따라 단기와 중기는 물론 장기까지 확대될 가능성이 있다.

다요인 DNS 모형과 달리 시간가변 요인 부하 파라미터 모형은 λ_t가 요인의 하나로 포함된다

www.kci.go.kr

〈그림 3〉 만기 변화에 따른 DNS 모형의 요인설명력



주: L, S, C는 각각 수준(level), 기울기(slope), 곡도(curvature)를 의미한다. X축은 잔존만기(월)를 나타낸다. 예시목적으로 3요인 모형의 경우 $\lambda = 0.05$이고 6요인 모형의 경우에는 $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.01$이다.

(Koopman (2010)). 따라서 이 모형은 기본적으로 4-요인 모형이 된다. 그러나 요인의 AR(1) 과정이 추정될 때 λ_t가 음수가 될 수 있으므로 항상 양(+)의 값을 가지도록 로그를 취한 형태로 요인 과정에 포함시킨다. 따라서 λ_t를 관측방정식에서 사용할 경우에는 $\exp(\lambda_t)$의 형태를 취하게 된다.

2.3 채권의 기대투자수익률과 공분산

Markowitz (1952)의 평균-분산 최적화를 이용하여 최적 투자비중을 산출할 때 필요한 자료는 개별 채권의 기대투자수익률(expected return)과 공분산 행렬(covariance matrix)이다. 그러나 이자율 기간구조모형은 현물 수익률(spot yield)를 모형화하기 때문에 채권의 기대투자수익률과 공분산 행렬은 별도로 도출하여야 한다. Caldeira *et al.* (2016)에 따르면 채권의 기대투자수익률 벡터와 조건부 공분산 행렬은 DNS 모형을 칼만필터법을 이용하여 추정할 때 생성되는 중간결과를 활용하여 나타낼 수 있다. 우선 식(2)와 (3)으로부터 채권의 현물수익률(expected spot yield) $y_{t|t-1}$는 정규분포 $N\left(\mu_{y_{t|t-1}}, \Sigma_{y_{t|t-1}}\right)$를 따르며 이의 평균과 분산은 각각 식(15), (16)과 같다.

$$\mu_{y_{t|t-1}} = \Lambda f_{t|t-1}, \tag{15}$$

$$\Sigma_{y_{t|t-1}} = \Lambda\left(\Sigma_\eta + A v_{t-1|t-1} A'\right)\Lambda' + \Sigma_\varepsilon \tag{16}$$

여기에서 $f_{t|t-1} = E_{t-1}[f_t]$와 $v_{t-1|t-1} = Var_{t-1}[f_{t-1}]$은 각각 $(t-1)$ 시점 조건부 미관측 요인 추정치와 그 불확실성(uncertainty)인 분산추정치를 의미한다.

τ기간 후 1원을 받는 채권의 t 시점 가격은 $P_t^{(\tau)} = \exp\left(-\tau \cdot y_t^{(\tau)}\right)$이고 채권의 월별 로그수익률(log return)은 식(17)과 같다.

$$r_t^{(\tau)} = \log\left(\frac{P_t^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}}{P_{t-1}^{(\tau)}}\right) = \log P_t^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} - \log P_{t-1}^{(\tau)}$$

$$= -\left(\tau - \frac{1}{12}\right) \otimes y_t^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} + \tau \otimes y_{t-1}^{(\tau)} \tag{17}$$

www.kci.go.kr

여기에서 ⊗은 Hadamard 곱으로 동일한 행과 열의 원소를(elementwise) 곱하는 연산자이다. $y_{t|t-1} \sim N\left(\mu_{y_{t|t-1}}, \Sigma_{y_{t|t-1}}\right)$ 이므로 채권의 기대 로그수익률벡터(vector of expected log returns) $r_{t|t-1}^{(\tau)}$의 분포는 $N\left(\mu_{r_{t|t-1}}^{(\tau)}, \Sigma_{r_{t|t-1}}^{(\tau)}\right)$이며 이의 평균벡터와 공분산행렬은 각각 식(18), (19)와 같이 나타낼 수 있다.[5]

$$\mu_{r_{t|t-1}}^{(\tau)} = E_{t-1}\left[-\left(\tau - \frac{1}{12}\right) \otimes y_t^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} + \tau \otimes y_{t-1}^{(\tau)}\right]$$

$$= -\left(\tau - \frac{1}{12}\right) \otimes \mu_{y_{t|t-1}}^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} + \tau \otimes y_{t-1}^{(\tau)} \quad (18)$$

$$\Sigma_{r_{t|t-1}}^{(\tau)} = \left(\tau - \frac{1}{12}\right)\left(\tau - \frac{1}{12}\right)' \otimes$$

$$\left[\Lambda^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}\left(\Sigma_\eta + A v_{t-1|t-1} A'\right)^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} \Lambda^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)'} + \Sigma_\varepsilon^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}\right] \quad (19)$$

여기에서 상첨자 $\left(\tau - \frac{1}{12}\right)$는 잔존만기가 τ에서 $\left(\tau - \frac{1}{12}\right)$로 $\frac{1}{12}$년(즉, 1개월) 감소함을 의미한다. 따라서 $\Lambda^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}$는 τ에서 $\frac{1}{12}$년 감소한 잔존만기 벡터로부터 산출한 요인부하 행렬이며 $\Sigma_\varepsilon^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}$는 관측방정식의 확률오차항의 공분산행렬 중 잔존만기 $\left(\tau - \frac{1}{12}\right)$에 해당하는 부분이다.[6]

2.4 평균-분산 포트폴리오 최적화

투자자는 개개인의 위험과 기대투자수익률에 대한 성향을 나타내는 기대효용을 극대화함으로써 만기별 투자비중을 결정한다. 식(20)은 투자자의 기대효용 극대화 문제를 최소화 문제로 형식으로 표현한 것이다. 따라서 투자자는 기대투자수익률을 고려하여 포트폴리오의 위험을 가장 작게 하는 만기별 투자비중(w_t)을 결정한다. 이 때 투자비중의 합은 100%이고 공매도는 허용하지 않는 것으로 가정하므로 개별 만기물의 투자비중은 항상 0보다 크거나 같다.

$$\min_{w_t} w_t' \Sigma_{r_{t|t-1}} w_t - \frac{1}{\delta} w_t' \mu_{r_{t|t-1}}$$

$$s.t.$$

$$w_t' \iota = 1, w_t \geq 0 \quad (20)$$

여기에서 $\mu_{r_{t|t-1}}$와 $\Sigma_{r_{t|t-1}}$는 각각 $t-1$시점에 예측한 t 시점의 기대투자수익률벡터와 공분산행렬을, 그리고 $\iota = [1, 1, \ldots, 1]$을 나타낸다. δ는 위험회피(risk aversion) 계수이다. δ값이 크면 투자자는 상대적으로 소극적(passive) 이며 기대투자수익률의 극대화보다는 포트폴리오 위험의 축소에 더 큰 가중치를 둔다. 반대로 δ값이 작으면 투자자는 상대적으로 적극적인(active)이며 포트폴리오의 위험 축소보다는 기대투자수익률의 극대화를 추구한다. 극단적으로 δ값이 무한대이면 투자자는 분산최소화(global minimum variance) 전략을 취하게

5) 식(16)을 도출하기 위해서는 먼저 공분산행렬의 정의식 $\Sigma_{r_{t|t-1}}^{(\tau)} = E_{t-1}\left[\left(r_t^{(\tau)} - E_{t-1}\left[r_t^{(\tau)}\right]\right)\left(r_t^{(\tau)} - E_{t-1}\left[r_t^{(\tau)}\right]\right)'\right]$을 정리하여 $\Sigma_{r_{t|t-1}}^{(\tau)} = \left(\tau - \frac{1}{12}\right)\left(\tau - \frac{1}{12}\right)' \otimes E_{t-1}\left[\left(y_t^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} - \mu_{y_{t|t-1}}^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}\right)\left(y_t^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)} - \mu_{y_{t|t-1}}^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}\right)'\right]$으로 나타낸다. 식의 우변은 $t-1$기 조건부 예측오차의 공분산행렬 $\Sigma_{y_{t|t-1}}^{\left(\tau-\frac{1}{12}\right)}$을 포함하고 있으므로 식(13)을 이용하여 표현한다.

6) 관측방정식에서는 만기가 달라짐에 따라 그에 따른 요인부하행렬을 산출할 수 있지만 확률오차항의 공분산행렬은 실제관측치가 존재하는 주요만기(3,6, ⋯, 240)로만 구성되어 있다. 즉 만기가 달라짐에 따라 자동적으로 해당 만기에 대응되는 공분산행렬을 산출할 수 없다. 따라서 이 경우 3차 스플라인 보간법(cubic spline interpolation)을 이용하여 $\frac{1}{12}$년 감소한 잔존만기에 해당하는 값을 산출하였다.

www.kci.go.kr

되며 기대투자수익률은 전혀 고려하지 않고 포트폴리오의 위험만 최소화한다.

2.5 전통적인 채권전략

DNS 모형에 기반한 포트폴리오 최적화에 따른 성과를 비교하기 위하여 전통적인 채권전략 중 관련 문헌이나 교과서에 자주 소개된 단일만기(bullet), 만기보유(buy and hold), 아령(barbell), 사다리(ladder) 전략을 비교전략으로 선택하였다. 실제 채권시장에는 고도의 전문가 집단이 참여하므로 위에 열거한 전략을 그대로 사용하지 않고 독자적인 모형이나 경험을 활용하여 경제상황 변화에 대응한 전략(수익률 곡선의 기울기나 장단기 금리차이 등을 예측)을 적용하고 있다. 그러나 이와 같은 전략을 계량모형 안에서 일반화하는 것은 어렵기 때문에 시장을 대표하기 위한 목적이 아니라 투자성과를 비교(벤치마크)하는 목적으로 전통적인 전략을 벤치마크 전략으로 정하였다.[7]

단일만기 전략은 특정 만기를 계속 유지하며 듀레이션을 일정하게 유지하는 전략이다. 예를 들어 5년 단일만기 전략은 매월 5년물 국고채를 매입하되 전월에 매입했던 국고채는 매도하는 형식이다. 만기보유 전략은 특정 만기의 채권을 매입 후 만기까지 보유하여 만기수익률(yield to maturity; YTM)을 획득하는 전략이다. 이 때 최소 매입 시점을 제외하고는 거래비용이 발생하지 않는 장점이 있다. 따라서 최초 매입시 만기수익률이 높은 종목을 선택하게 된다. 아령 전략은 포트폴리오의 구성 채권을 단기채와 장기채 두 가지에 집중하여 만기를 구성하는 전략이다. 중기채를 제외시키고 단기채와 장기채만으로 구성하면 수익성이 낮지만 유동성이 높고 금리변동 위험이 낮은 단기채의 장점과 반대로 위험은 높지만 상대적으로 고금리인 장기채의 장점이 잘 조화되어 유동성과 수익성이 동시에 확보될 수 있는 이점이 있다. 본 연구에서는 아령 전략을 1년물과 20년물에 동일한 비중으로 투자하는 것으로 가정하였다. 사다리 전략은 모든 만기에 동일한 투자비중을 부여함으로써 금리변동 위험을 분산시켜 평준화하고 수익성도 일부 확보하는 전략이다. 이 전략은 동일한 투자비중을 유지하면 되므로 금리예측은 필요 없다는 장점이 있다.

[3] 실증분석

3.1 자 료

분석 자료는 월말자료로써 전체 표본기간이 2001년 1월부터 2018년 12월까지(총 216개월)인 국고채 현물수익률 기간구조이며 자료의 출처는 KIS Pricing에서 제공하는 KIS-NET이다.[8] 자료의 만기는 3, 6, 9, 12, 18, 24, 30, 36, 60, 84, 120, 180, 240월로 총 13개 이다. 모형의 파라미터를 추정하기 위한 내표본(in-sample) 기간은 2001년 1월부터 2014년 12월까지이고 성과를 비교하기 위한 외표본(out-of-sample)은 2015년 1월부터 2018년 12월까지이다. 국고채는 이표채(coupon

7) 이하에서는 문맥에 따라 전통적인 채권전략이란 용어뿐만 아니라 동일한 의미를 가지는 기존전략 또는 벤치마크 전략이란 용어를 혼용하기로 한다.

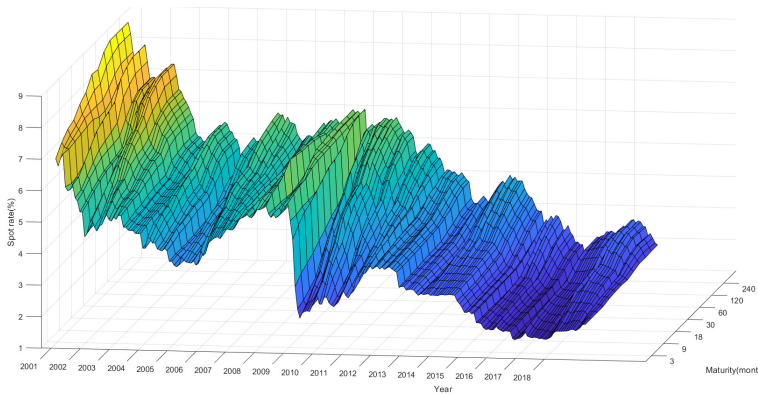
8) 익명의 심사위원의 지적과 같이 한국 국고채 시장의 수익률 형성과정은 장내거래와 장외거래로 양분되어 이루어지고 있으며, 최근에는 장내거래의 비중이 높아지고 있다. 따라서 이 부분에 대한 분석이 필요하다는 의견에 공감한다. 그러나 분석자료인 현물수익률 기간구조는 채권평가사의 전문화된 내부 작성기준에 의해 산출되고 있다. 이 과정은 만기수익률을 현물수익률로 변환하는 붓스트랩(boostrap) 방법 외에도 휴일을 포함한 날짜 처리, 거래가 없는 경우의 보간방법, 장내와 장외거래 자료의 불확실성 조정 등 매우 복잡한 산출과정을 포함한다. 따라서 본 연구는 일반적인 연구와 마찬가지로 현물수익률 자료를 주어진 것으로 받아들이고 분석한다.

www.kci.go.kr

bond)로 발행되지만 본 연구는 Korn and Koziol (2006), Caldeira *et al.* (2016)과 같이 투자대상을 할인채(zero coupon bond)로 가정하고 투자분석을 한다. 할인채를 사용함으로써 서로 다른 만기가 포트폴리오 분산효과에 미치는 영향을 직관적으로 분석할 수 있기 때문이다.[9)]

〈그림 4〉는 만기별 국고채 현물수익률(spot rate) 기간구조의 추이를 나타낸다. 국고채 현물수익률의 기간구조는 시간이 지남에 따라 우하향 추세를 보이지만 국지적인 등락이 심한 모습을 보이고 있다. 국고채 현물 수익률은 모든 만기에 걸쳐 2001년 1월에 가장 높은 수준을 기록했고 이후 2000년 초반까지 하락하였다가 2008년 글로벌 금융위기 직전까지 상승하였다. 그러나 2008년 글로벌 금융위기에 대응한 확장적 통화정책의 결과로 단기금리가 급격히 낮아져 기간구조의 기울기가 가파르게 형성되었다. 이후 2000년 후반에는 금리 상승 추세도 일부 발견되지만 전반적으로 우하향 추세를 나타내고 있다. 또한 2013년 중반에는 벤 버냉키 미국 연방준비제도이사회(FRB) 의장의 출구전략 발언에서 촉발한 장기금리의 급등이 관측되기도 한다.[10)] 기간구조 횡단면의 모습은 매우 다양한 형태가 관측되는데 우상향하는 단조증가 형태뿐만 아니라 장단기 수익률의 차이가 작은 평평한 구간, 단기물에 비해 장기물이 높은 경사진 구간 등이 관측된다.

〈그림 4〉 국고채 현물수익률 기간구조



주: 표본기간은 2001년 1월부터 2018년 12월까지이며 X축은 연도 Y축은 월단위로 표시한 잔존만기를 나타낸다.

〈표 2〉는 국고채 수익률의 기초통계량을 나타낸다. 우선 만기가 증가할수록 평균값이 크고 변동성이 높게 나타나는 일반적인 관계가 나타났다. 표본기간 동안 최대값과 최소값은 각각 표본기간의 시작점과 종료시점에 해당하는 값이다. 수익률의 왜도(skewness)가 2년물을 기점으로 양(+)에서 음(-)으로 나타났는데 이는 표본기간의 전반부는 높은 수익률 수준과 후반부의 낮은 수익률 수준이 실현되었기 때문이다. 첨도(kurtosis)는 3보다 작으므로 수익률이 정규분포한다는 가설을 기각하지는 못하였다. 1차 자기상관함수값이 0.95 이상이므로 이자율은 매우 지속적임을 알 수 있다. 또한 시차를 늘려

9) 익명의 심사위원의 지적과 같이 실제 YTM을 투자지표로 보고 이표채를 거래대상으로 현실을 감안할 때 무이표채 접근법이 가지는 한계가 있음에 저자들도 동의한다. 따라서 현실 적용 측면에서 효과적인 이표채 포트폴리오 구축 방법론에 대한 연구가 후속연구로써 매우 중요하다고 생각한다.

10) 벤 버냉키 미국 연방준비제도(FRB) 의장 2013년 5월 22일 양적완화(QE) 축소를 시사하였고 같은 해 6월 19일 장래에 양적완화 규모를 축소, 중단하겠다는 계획을 발표하였다. 이로 인하여 전세계 금융시장이 요동을 쳤고 미국은 물론 우리나라를 포함한 신흥국의 장기 국채금리가 급등한 바 있다.

www.kci.go.kr

〈표 2〉 기초통계량

표의 내용은 만기별 국고채 현물수익률(%)의 기초통계량이다. 표본기간은 2001년 1월부터 2018년 12월까지이며 관측치 개수는 216개이다.

종목	평균	표준편차	최소	최대	왜도	첨도	자기상관함수(ACF)			
							$\hat{\rho}(1)$	$\hat{\rho}(12)$	$\hat{\rho}(24)$	$\hat{\rho}(36)$
KTB003	3.17	1.30	1.22	5.77	0.14	-1.24	0.96	0.49	0.18	0.07
KTB006	3.26	1.31	1.24	5.83	0.11	-1.26	0.96	0.51	0.22	0.10
KTB009	3.36	1.33	1.25	6.12	0.09	-1.23	0.95	0.53	0.26	0.13
KTB012	3.43	1.34	1.25	6.41	0.08	-1.17	0.95	0.55	0.29	0.14
KTB018	3.56	1.37	1.26	6.70	0.04	-1.11	0.95	0.57	0.33	0.15
KTB024	3.65	1.40	1.25	6.83	0.00	-1.09	0.94	0.58	0.34	0.15
KTB030	3.72	1.41	1.26	6.93	-0.02	-1.06	0.94	0.59	0.35	0.15
KTB036	3.78	1.43	1.26	7.05	-0.04	-1.03	0.94	0.60	0.35	0.14
KTB060	4.00	1.49	1.27	7.58	-0.01	-0.90	0.95	0.60	0.33	0.14
KTB084	4.18	1.51	1.31	7.76	-0.04	-0.90	0.95	0.61	0.33	0.15
KTB120	4.31	1.50	1.39	7.88	-0.05	-0.85	0.95	0.60	0.32	0.15
KTB180	4.40	1.49	1.46	7.88	-0.12	-0.88	0.95	0.59	0.30	0.13
KTB240	4.43	1.48	1.47	7.88	-0.15	-0.87	0.95	0.58	0.29	0.14

도 시계열 상관관계가 쉽게 소멸되지 않았다. 단 시차가 1인 경우 장기보다 단기에서 지속성이 높지만 시차가 12, 24, 36으로 증가할 경우 단기보다 장기에서 지속성이 높았다. 이후 포트폴리오의 초과투자수익률을 계산할 때 무위험 이자율의 대용치로써 국고채 3개월물을 사용한다.

3.2 모수 추정

내표본 기간인 2001년 1월부터 2014년 12월까지의 자료를 대상으로 DNS 모형의 모수를 최우추정법(maximum likelihood estimation)을 이용하여 추정하였다. 〈표 3〉는 DNS모형의 모수 추정 결과를 정리한 것이다. 내표본 적합도의 대표적인 판단 기준인 대수우도함수값($\log L$)을 보면 6-요인 모형의 내표본 적합도가 다른 모형보다 높은 것으로 나타났다. 요인의 수가 증가함에 따라 내표본 적합도가 높아지는 경향을 보이고 있으며 AIC (Akaike information criteria)와 BIC (Bayesian information criteria)같은 정보기준도 동일한 양상을 보이고 있다.

대부분의 모형에서 수준요인과 기울기요인의 자기회귀계수 ($a_{ii}, i = 1 \ldots, 6$)는 지속적인(persistent) 특징을 나타내지만 곡도 요인의 경우 상대적으로 덜 지속적이다. 비조건부 평균 모수($\mu_i, i = 1 \ldots, 6$) 추정치는 두 모형 모두 수준요인과 기울기요인의 특징을 잘 반영하는 것으로 보인다. 요인부하 모수(λ) 추정치는 모두 통계적으로 매우 유의하며 3-요인 모형의 요인부하 모수 추정치(λ)는 4,5,6-요인 DNS 모형의 요인부하 모수(λ_1, λ_2) 두 값 사이에 위치한다. 단, 5-요인 DNS 모형의 3개월, 240개월 관측오차의 표준편차가 제대로 식별되지 않는 문제점도 나타났다.

www.kci.go.kr

〈표 3〉 DNS 모형 추정 결과

이 표는 내표본기간(2001년 1월부터 2014년 12월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 5가지 DNS 모형의 모수를 추정한 결과를 정리한 것이다.

모수	3-요인 DNS		4-요인 DNS		5-요인 DNS		6-요인 DNS		DNS(λ_t)	
	추정치	s.e.	추정치	s.e.	추정치	s.e.	추정치	s.e.	추정치	s.e.
a_{11}	0.98	0.02	0.95	0.02	0.97	0.02	0.99	0.01	0.98	0.01
a_{22}	0.94	0.02	0.89	0.04	0.89	0.04	0.99	0.01	0.93	0.02
a_{33}	0.80	0.05	0.84	0.05	0.86	0.04	0.99	0.01	0.60	0.10
a_{44}			0.88	0.04	0.84	0.04	0.95	0.03	0.52	0.06
a_{55}					0.93	0.03	0.97	0.02		
a_{66}							0.88	0.04		
$100 \times \mu_1$	5.18	0.84	3.88	0.64	4.84	0.54	4.88	0.88	5.04	0.77
$100 \times \mu_2$	-1.53	0.47	-0.49	0.33	-0.28	0.28	-1.69	1.21	-1.17	0.38
$100 \times \mu_3$	-0.44	0.28	-0.08	0.34	-1.07	0.17	0.27	1.09	-1.91	0.25
$100 \times \mu_4$			3.42	0.60	-0.03	0.34	-1.49	1.58	-0.01	0.07
$100 \times \mu_5$					1.77	0.67	0.97	1.50		
$100 \times \mu_6$							0.54	0.37		
$100 \times \sigma_{\eta,1}$	0.26	0.08	0.45	0.16	0.24	0.09	0.21	0.09	0.24	0.08
$100 \times \sigma_{\eta,2}$	0.38	0.13	0.49	0.18	0.41	0.14	0.22	0.11	0.32	0.13
$100 \times \sigma_{\eta,3}$	0.73	0.25	0.73	0.30	0.31	0.11	0.16	0.08	0.84	0.52
$100 \times \sigma_{\eta,4}$			0.96	0.36	0.73	0.27	1.04	0.39	0.40	0.20
$100 \times \sigma_{\eta,5}$					0.63	0.26	0.58	0.26		
$100 \times \sigma_{\eta,6}$							0.61	0.24		
$100 \times \sigma_{\varepsilon,3}$	0.15	0.05	0.08	0.05	0.00	0.00	0.08	0.04	0.11	0.05
$100 \times \sigma_{\varepsilon,6}$	0.07	0.02	0.03	0.02	0.04	0.01	0.03	0.01	0.05	0.02
$100 \times \sigma_{\varepsilon,9}$	0.00	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01
$100 \times \sigma_{\varepsilon,12}$	0.04	0.01	0.03	0.01	0.04	0.01	0.03	0.01	0.03	0.01
$100 \times \sigma_{\varepsilon,18}$	0.07	0.02	0.04	0.02	0.06	0.02	0.05	0.02	0.05	0.02
$100 \times \sigma_{\varepsilon,24}$	0.04	0.02	0.03	0.01	0.04	0.01	0.03	0.01	0.02	0.01
$100 \times \sigma_{\varepsilon,30}$	0.02	0.01	0.03	0.01	0.03	0.01	0.02	0.01	0.04	0.02
$100 \times \sigma_{\varepsilon,36}$	0.04	0.02	0.04	0.02	0.05	0.02	0.03	0.01	0.06	0.02
$100 \times \sigma_{\varepsilon,60}$	0.10	0.03	0.09	0.03	0.07	0.02	0.06	0.02	0.09	0.03
$100 \times \sigma_{\varepsilon,84}$	0.10	0.03	0.10	0.03	0.04	0.02	0.06	0.02	0.08	0.03
$100 \times \sigma_{\varepsilon,120}$	0.09	0.03	0.08	0.03	0.04	0.02	0.05	0.02	0.08	0.03
$100 \times \sigma_{\varepsilon,180}$	0.00	0.00	0.02	0.02	0.04	0.01	0.02	0.01	0.03	0.02
$100 \times \sigma_{\varepsilon,240}$	0.06	0.02	0.06	0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.02
λ_1	0.59	0.02	0.31	0.00	0.41	0.01	0.34	0.01		
λ_2			1.49	0.03	1.66	0.04	0.92	0.01		
$\log L$	4168.68		4230.37		4548.33		4678.36		4218.6	
k	23		27		30		33		25	
AIC	-8291.36		-8406.74		-9036.66		-9290.72		-8387.2	
BIC	-8160.51		-8253.14		-8865.10		-9102.99		-8244.98	

2개의 정보기준(information criteria)의 산식은 다음과 같다.
$AIC = -2\log L + 2k$, $BIC = -2\log L + k\log(NT)$, $N = 13$(만기), $T = 168$(월)
s.e.는 표준오차(standard error)를 나타낸다.

www.kci.go.kr

특히 4,5,6-요인 모형에서 요인부하 모수를 2개로 설정하는 것의 의미를 살펴볼 필요가 있다. λ가 크면 주로 기울기요인과 곡도요인은 주로 만기가 짧은 구간에 큰 영향을 주고 반대로 λ가 작으면 상대적으로 긴 만기에 영향을 준다. 따라서 λ_1과 λ_2의 추정치는 대략 0.3, 1.6사이에 위치한다. 이는 단기와 장기에 큰 영향을 준다는 것을 의미하며 이 두 값의 조합됨으로써 중기에도 영향을 크게 주게 된다. 이에 반해 3-요인 모형의 λ는 0.59로 추정되었고 이는 장단기 설명력을 높이기 위해 λ_1와 λ_2 사이의 절충된 값을 나타내는 것으로 이해할 수 있다. 따라서 3-요인 모형의 경우 만기가 긴 구간에서의 설명력이 상대적으로 낮을 수 있음을 시사한다.

3.3 포트폴리오 분석

본 연구는 월별 수익률을 이용하여 포트폴리오의 투자성과를 비교한다. 따라서 먼저 식(14)를 이용하여 국고채의 만기별 실현 수익률(realized bond returns)을 계산할 필요가 있다. 이 때 관측치가 존재하는 13개의 만기의 실현 수익률을 계산하기 위해서는 1개월부터 240개월까지의 총 240개의 만기에 대한 현물수익률이 존재하여야 한다. 그 이유는 채권을 매입한 후 한 달이 경과하면 만기가 1개월

〈표 4〉 벤치마크 전략의 투자성과

이 표는 외표본기간(2015년 1월부터 2018년 12월까지)을 대상으로 벤치마크 전략에 따른 투자성과를 정리한 것이다. 단일만기 전략과 만기보유전략은 주요만기인 1,3,5,10,20년을 대상으로 실행하였다. 아령전략은 1년물과 20년물에 동일한 비중을 두는 전략이며 사다리전략은 13개의 모든 만기에 동일한 비중을 두는 전략이다.

	만기(년)	수익률 평균(%)	초과투자수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
아령(Barbell)		4.70	3.21	5.76	0.56	10.5
단일만기(Bullet)	1	1.86	0.37	0.32	1.17	1
	3	2.23	0.74	1.20	0.61	3
	5	2.93	1.44	2.56	0.56	5
	10	4.33	2.84	5.60	0.51	10
	20	7.54	6.05	11.33	0.53	20
사다리(Ladder)		3.00	1.51	2.68	0.56	5.27
만기보유(Buy and Hold)	1	1.79	0.30	0.19	1.62	0.56
	3	2.31	0.83	0.79	1.05	1.70
	5	2.48	0.99	1.65	0.60	2.65
	10	3.82	2.33	4.69	0.50	7.42
	20	6.84	5.35	10.46	0.51	17.42

주) 굵은 숫자는 수익률, 초과투자수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 만기와 듀레이션은 연단위이다.

www.kci.go.kr

만큼 줄어들기 때문이다. 그러나 13개 만기의 현물수익률만 관측되므로 이들 만기 사이에 위치하는 현물수익률은 별로도 산출하여야 한다. 그래서 관측치가 존재하지 않는 만기에 해당하는 현물수익률은 3차 스플라인(cubic spline) 보간법을 적용하여 산출한다.

월별 현물수익률로부터 4 종류의 벤치마크 전략의 실현투자수익률을 앞에서 서술한 만기 구성 방법을 이용하여 산출한다. 또한 포트폴리오의 수익률에서 무위험이자율(본 연구에서는 3개월 국고채 수익률을 사용)을 차감한 초과투자수익률의 평균을 수익률의 표준편차로 나누어 위험조정수익률(risk-adjusted return)인 샤프비율(Sharpe ratio)를 계산한다.

〈표 4〉는 외표본기간인 2015년 1월부터 2018년 12월까지의 총 48개월 동안 실행된 벤치마크 전략의 투자성과를 정리한 것이다. 이 결과는 일반적으로 예상되는 기대투자수익률과 위험의 관계를 잘 나타낸다. 우선 단일만기 전략과 만기보유 전략의 경우 만기가 짧을수록 수익률과 변동성(위험)이 작고 반대로 만기가 길수록 수익률이 높고 변동성도 높다. 투자수익률을 극대화하려는 투자자는 20년 단일만기 전략을 선택함으로써 연평균 6~7%의 수익을 얻을 수 있지만 이에 대한 비용(cost)은 높은 변동성이다. 반대로 높은 변동성을 회피하려는 투자자는 1년 만기에만 투자함으로써 연평균 1.8% 정도의 상대적으로 안정적인 수익을 얻을 수 있다. 이는 1년 만기물의 경우 변동성이 매우 낮기 때문이다.

벤치마크 전략 중 위험대비 초과수익 측면에서 최선의 전략은 1년 만기보유 전략이며 샤프비율이 1.62로 가장 높다. 아령과 사다리전략은 상대적으로 중 위험·중수익을 추구하는 특성을 잘 나타내고 있다. 아령전략의 수익률이 사다리전략에 비해 높지만 변동성이 높다. 그러나 두 전략의 샤프비율이 이 표본에서는 같았다. 사다리전략은 모든 만기에 동일한 비중을 투자함으로써 위험분산효과가 높았다. 이에 반해 아령전략은 1년과 20년 만기에 동일한 비중으로 투자함으로써 20년 만기의 편입에 따른 수익률과 변동성의 동반 상승을 나타냈다.

〈표 5〉는 DNS 모형에 기반한 포트폴리오 전략(이하에서는 간단하게 DNS 전략이라고 칭한다)의 투자성과를 나타낸다. 포트폴리오 구성 과정에서3개월물과 20년물은 제외한다. 그 이유는 3개월물은 무위험이자율 대용치로 사용되고 20년물은 수급요인 상 포트폴리오에 자유롭게 편입시키기 어렵기 때문이다. 모든 모형에서 샤프 비율이 높은 포트폴리오는 평균 듀레이션을 1년 이하로 유지하는 전략이다. 이는 본 연구에서 외표본으로 설정한 2015년 1월부터 2018년 12월까지의 국고채 수익률 기간구조를 보면 그 이유를 짐작할 수 있다. 이 기간동안 단기에서 장기로 만기가 길어질수록 현물수익률의 변동성도 단조적으로 증가하였다.[11] 현물수익률의 변동성이 상승하면 이에 기반한 투자수익률의 변동성은 만기의 영향이 더해져 더욱 더욱 확대된다.[12] 따라서 DNS 모형에 기반한 최적화 결과는 단기물에 치우치게 되는 것으로 이해된다.

3-요인, 5-요인 그리고 DNS(λ_t) 모형은 일반적인 위험과 수익의 상충관계를 설명하는데 있어서 다소 한계를 보이고 있다. 이는 위험회피성향이 높아질수록 수익률 평균이 높아지고 변동성도 높아지는 것이 일반적인데 그렇지 않은 부분이 관찰되기 때문이다. 이러한 결과는 자료의 특성에 따라 일시적으로 나타난 결과일 수 있지만 국고채 포트폴리오를 구성할 때 다소 문제가 될 수 있음을 인식할 필요가 있다.

DNS 모형 중 샤프비율이 가장 높은 전략은 1.35의 사프비율을 나타낸 6-요인 DNS 모형이다. 이때의 전략은 다른 DNS 모형에서와 마찬가지로 1년 이하의 단기물 투자 비중을 높이는 것이다. 따라서 장기로 갈수록 변동성이 높아지는 상황에서 DNS 모형이 제시하는 전략은 장기물 비중을 줄이고 단기

11) 2015년 1월부터 2018년 12월까지 13개 만기의 현물수익률의 변동성(표준편차)는 0.18%(3개월)에서 0.35%(20년) 으로 단조증가하였다.

12) 듀레이션이 길수록 수익률 변화에 따른 채권가격의 변화가 커지며 이에 따른 채권 투자수익률의 변동폭도 확대된다.

www.kci.go.kr

〈표 5〉 DNS 모형을 이용한 전략의 투자성과

이 표는 외표본기간(2015년 1월부터 2018년 12월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 5개의 DNS 모형의 모수를 추정한 후 기대투자수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과투자수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
3-요인 DNS	0.001	2.81	1.32	4.40	0.30	4.18
	0.01	2.81	1.32	4.40	0.30	4.18
	0.1	**2.87**	**1.38**	4.33	0.32	3.97
	10	1.89	0.40	1.50	0.27	1.58
	100	1.69	0.21	0.16	**1.26**	0.54
	∞	1.67	0.18	0.15	1.21	0.50
4-요인 DNS	0.001	8.01	6.52	6.93	0.94	12.48
	0.01	7.82	6.33	6.92	0.91	12.28
	0.1	6.68	5.19	6.48	0.80	11.10
	10	3.41	1.93	2.48	0.77	3.18
	100	1.74	0.26	0.20	**1.26**	0.58
	∞	1.67	0.18	0.15	1.21	0.50
5-요인 DNS	0.001	3.73	2.24	3.91	0.57	4.73
	0.01	3.73	2.24	3.91	0.57	4.73
	0.1	**4.32**	**2.83**	2.92	0.97	3.82
	10	2.03	0.54	0.40	**1.35**	0.84
	100	1.67	0.18	0.15	1.21	0.50
	∞	1.67	0.18	0.15	1.21	0.50
6-요인 DNS	0.001	2.76	1.27	4.11	0.31	8.07
	0.01	2.76	1.27	4.11	0.31	8.07
	0.1	2.76	1.27	4.11	0.31	8.07
	10	2.54	1.05	1.97	0.53	3.30
	100	1.72	0.23	0.17	**1.35**	0.59
	∞	1.67	0.18	0.15	1.21	0.50
DNS (λ_t)	0.001	3.24	1.75	2.63	0.67	4.96
	0.01	3.24	1.75	2.63	0.67	4.96
	0.1	**3.46**	**1.97**	2.58	0.77	4.68
	10	2.56	1.07	1.53	0.70	2.74
	100	1.79	0.30	0.24	**1.25**	0.72
	∞	1.67	0.18	0.15	1.21	0.50

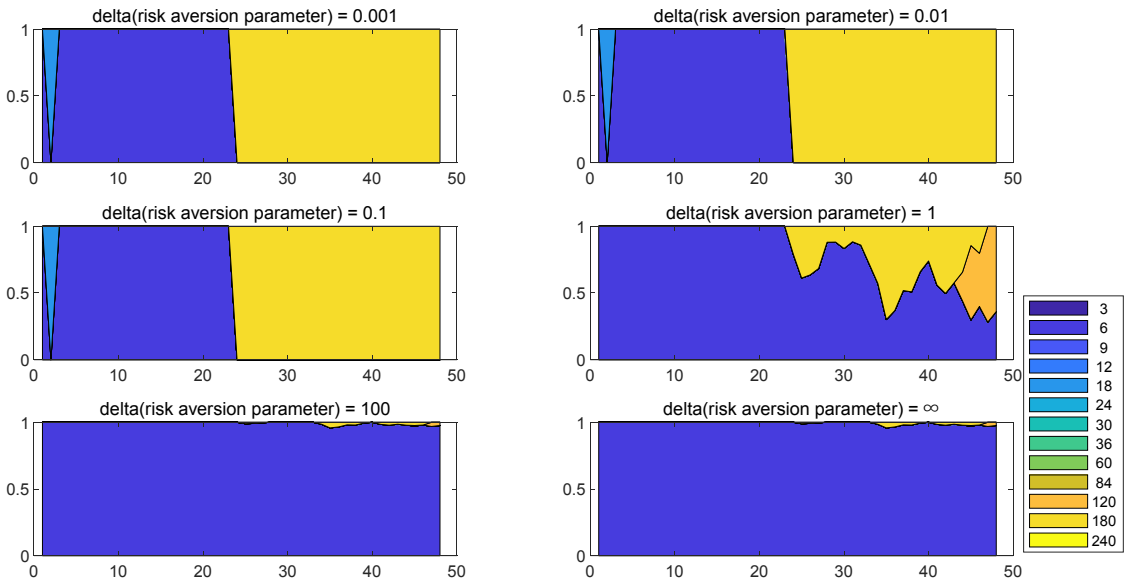
주) 굵은 숫자는 수익률, 초과투자수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

www.kci.go.kr

물 비중을 높이는 것으로 해석된다. 특히4-요인 모형의 경우 다른 모형에 비해 상대적으로 장기물 비중을 높일 가능성이 있음을 나타내고 있다. 특히 4-요인 모형에 기반한 매우 적극적인 투자에 해당하는 (위험회피계수=0.001) 경우 샤프비율이 0.94까지 상승하였다.

〈그림 5〉는 6-요인 모형의 포트폴리오 비중의 추이를 나타낸다. 위험회피계수가 높아질수록 단기물 비중이 높아지지만 위험회피계수가 낮아지면서 장기물 방향으로의 전환이 이루어지고 있다. 그러나 주로 6개월물과 15년물 사이의 전환이 이루어지고 있으며 약간의 비중으로 18개월물과 10년물로의 배분이 나타나고 있다. 다소 코너에서 해가 결정되는 결과(corner solution)는 포트폴리오 최적화에서 빈번하게 발생하는 문제이고 이를 실무적인 각도에서 해결하기 위한 여러 가지 방법이 제시되어 있다. 4장에서 이와 같은 문제에 대한 처리법의 결과를 살펴봄으로써 경직성이 완화된 형태의 포트폴리오 비중을 얻을 수 있는지 살펴본다.

〈그림 5〉 6-요인 DNS 모형의 포트포리오 비중 추이

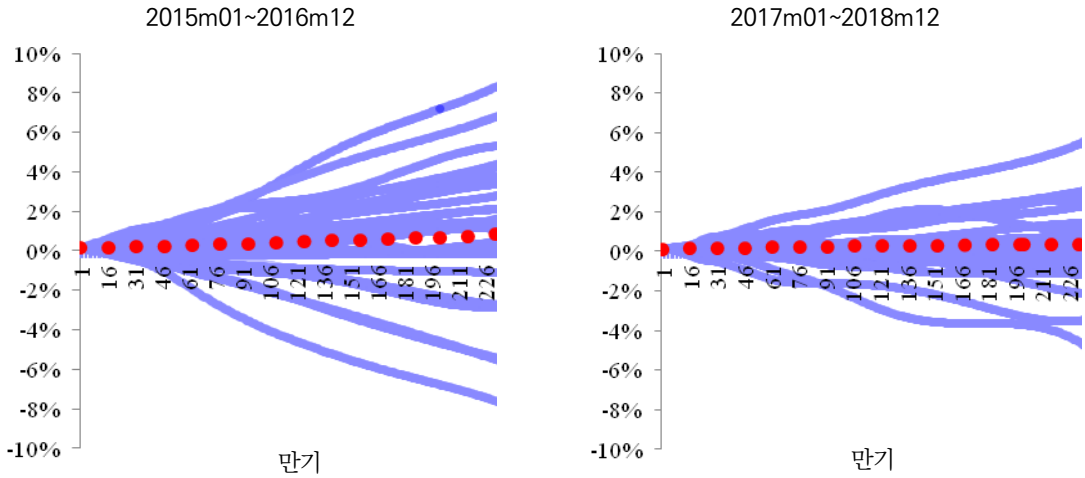


주) X축은 월별 외표본 기간인 48개월을 의미하고 Y축은 투자비중을 나타낸다.

분석 결과의 특징을 요약하면 크게 두 가지이다. 첫째 위험회피성향이 완화될수록 즉 위험회피계수가 낮아질수록 단기물에서 장기물로의 비중전환이 발생하고 있다. 둘째 만기 분산의 정도가 상대적으로 약하여 소위 모서리해(corner solution) 현상이 나타났다. 이와 같은 결과가 나타난 이유를 살펴보기 위하여 만기별 실현투자수익률의 모습을 외표본의 전반부(2015년 1월부터 2016년 12월)와 후반부(2017년 1월부터 2018년 12월까지)에 대하여 〈그림 6〉에 도시하였다. 외표본의 전반부는 후반부에 비해 실현된 투자수익률이 소폭 높지만 변동성이 매우 높은 특징을 보이고 있다. 따라서 포트폴리오 최적화 결과인 투자비중 구성은 전반부에는 단기물 위주로 배분하다가 시간이 지나며 상대적으로 장기 영역의 변동성이 낮아지면서 장기물로의 비중이 높아지는 모습을 보이고 있다.

www.kci.go.kr

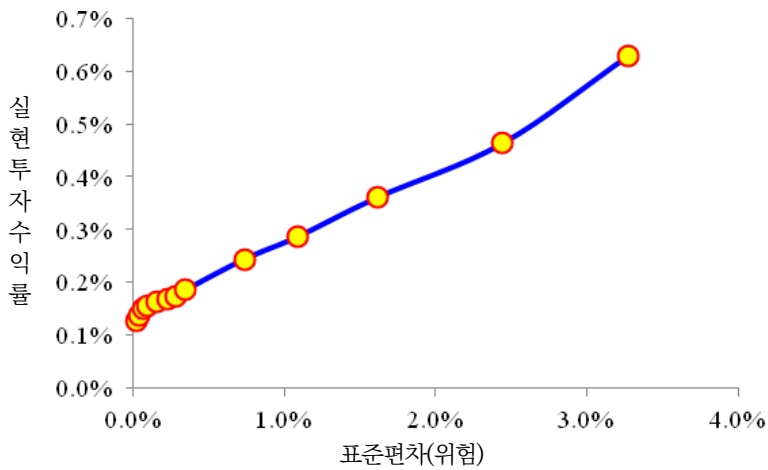
〈그림 6〉 외표본 전반부와 후반부의 만기별 실현수익률 추이



주) X축은 월단위로 표시한 만기를 의미하고 Y축은 실현 투자수익률을 나타낸다. 붉은색 점선은 실현 투자수익률의 평균을 나타내고 각각의 선은 외표본의 해당년월이며 전반기(왼쪽 그림)에 24개, 후반기(오른쪽 그림)에 24개로 나타낸다.

포트폴리오 최적화 결과의 만기 분산 정도가 다소 낮은 것으로 나타난 이유는 개별 만기물간 투자수익률과 위험의 관계가 선형에 유사한 관계를 나타내기 때문이다. 이를 확인하기 위하여 외표본 기간동안의 월별 실현수익률의 평균과 표준편차를 계산하여 〈그림 7〉에 나타냈다. 원모양으로 표시된 것은 13개 만기에 해당하며 포트폴리오 구축 측면에서 보면 개별 종목에 해당한다. 보통 굴곡진 형태의 효율적 프론티어를 구성하기 위해서는 구성 종목의 기대수익률과 공분산이 유사하지 않아야 하지만 채권 포트폴리오의 구성종목(개별 만기물)의 경우 굴곡진 형태의 효율적 프론티어가 나타나기 다소 어려운 모습을 보이고 있다. 이는 만기집중도 완화 제약조건을 추가할 필요성이 있음을 시사한다.

〈그림 7〉 실현수익률의 평균과 표준편차



주) Y축은 외표본 기간(2015m01~2018m12) 동안의 실현투자수익률의 평균을, X축은 동일한 실현투자수익률의 표준편차를 의미한다.

www.kci.go.kr

[4] 안정성 검토(robustness check)

3장의 실증분석 결과는 투자목표의 달성과 관련되므로 투자자 입장에서 볼 때 그 모형기반의 투자성과가 안정적으로 산출되는 것인지 검토하는 것은 중요한 문제이다. 상황변화에 따라 투자성과가 쉽게 달라질 경우 위험대비초과수익의 극대화를 목표로 하는 모형에 기반한 채권포트폴리오의 성과를 신뢰할 수 없기 때문이다. 따라서 분석결과의 안정성을 검토하기 위하여 본 연구에서는 6-요인 DNS모형을 대상으로 세 가지 조건을 변화시켜 보았다.[13] 첫번째는 추정 기간의 시작시점을 고정한 상태에서 모수를 매월 재추정(expanding window estimation)하는 것이고 두번째는 추정 기간을 고정시켜 시작시점을 변화시키면서 매월 재추정(rolling window estimation)하는 것이다. 세번째는 채권포트폴리오의 구성만기를 주요 만기인 1,3,5,10,20년으로 한정한 것이다.

첫번째로 표본기간의 시작시점을 2001년 1월로 고정시킨 후 매월 표본의 종료지점을 이동해가며 추정한 결과 단기물의 비중이 지배적인 구간이 늘어났다. 〈표 6〉은 이 결과를 정리한 것이다. 매월 새로운 자료가 관측됨에 따라 모수를 재추정하면 최신의 정보를 반영할 수 있다는 장점이 있다. 위험회피계수의 크기에 따라 다소 차이가 있지만 대체로 유사하지만 샤프비율이 1.47로 상승한 포트폴리오를 구성할 수 있었다. 표본자료를 통해 추정하는 위험과 수익의 관계는 일정하지 않으므로 새로운 관측치가 추가되면서 조금씩 조정되는 모습이 나타나고 있다.

〈표 6〉 포트폴리오 투자성과(매월 재추정, expanding)

이 표는 외표본기간(2015년 1월부터 2018년 12월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 6-요인 DNS 모형의 모수를 표본 시작시점을 고정한 후 매월 재추정한 후 기대투자수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

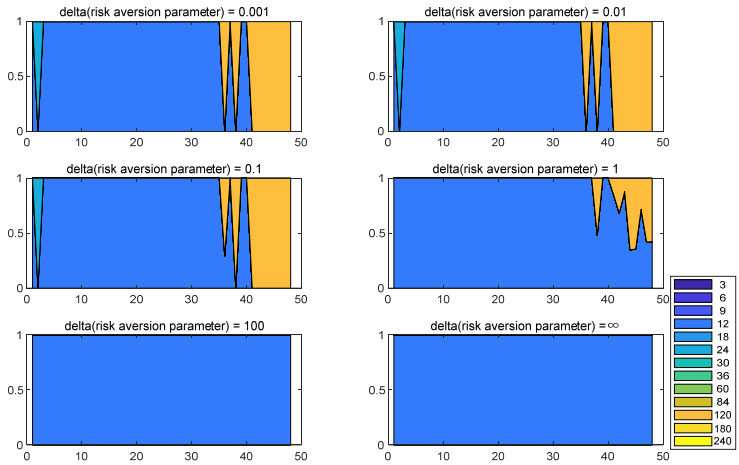
	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과투자수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
6-요인 DNS	0.001	2.81	1.32	2.92	0.45	5.33
	0.01	2.81	1.32	2.92	0.45	5.33
	0.1	2.81	1.32	2.92	0.45	5.33
	10	3.11	1.62	2.81	0.58	4.19
	100	2.08	0.59	0.40	**1.47**	1.17
	∞	1.86	0.37	0.32	1.17	1.00

주) 굵은 숫자는 수익률, 초과투자수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

13) 안정성 검토를 위해 거래비용(transaction cost)를 고려할 필요성도 있다. 이는 현실적인 포트폴리오 수익률을 계산할 수 있도록 할 뿐만 아니라 투자비중의 급격한 변화도 제한할 수 있기 때문이다. 그러나 본 연구는 월별수익률을 기준으로 하므로 벤치마크 전략 중 만기보유전략을 제외하면 매월 매도와 매수가 발생하므로 이론적인 거래비용이 같다. 그래서 본 연구에서는 별도의 거래비용을 고려하지 않는다.

www.kci.go.kr

〈그림 8〉 6-요인 DNS 모형의 포트포리오 비중 추이(매월 재추정, expanding)



주) X축은 월별 외표본 기간인 48개월을 의미하고 Y축은 투자비중을 나타낸다.

두번째로 표본 구간의 크기를 동일하게 유지하며 이동 추정한 결과 단기물의 비중이 지배적인 구간이 첫번째 경우에 비해 감소하였다. 〈표 7〉은 이 결과를 정리한 것이다. 표본구간이 이동해 감에 따라 최근의 자료가 모수 추정치에 미치는 영향이 클 것이다. 고정 구간을 유지하며 매월 재추정한 경우의 투자성과는 3장의 결과 즉 내표본 기간을 대상으로 한번 추정한 경우와 크게 다르지 않은 것을 확인할 수 있다. 위험회피계수의 크기에 따라 다소 차이가 있지만 대체로 유사하다. 표본자료를 통해 추정하는 위험과 수익의 관계는 일정하지 않으므로 새로운 관측치가 추가되면서 조금씩 조정되는 모습이 나타나고 있다. 이 경우에도 샤프비율이 1.47을 달성하는 포트폴리오를 구성할 수 있었다.

〈표 7〉 포트폴리오 투자성과(매월 재추정, rolling)

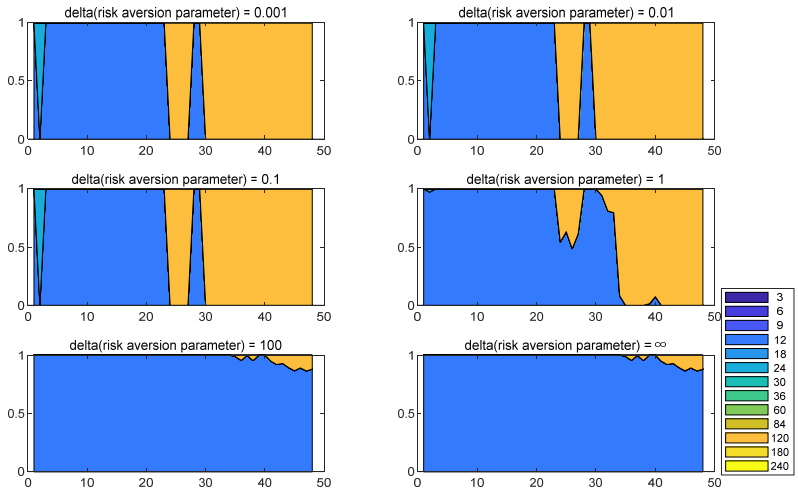
이 표는 외표본기간(2015년 1월부터 2018년 12월까지) 국고채 현물수익률을 대상으로 6-요인 DNS 모형의 모수를 고정 구간을 유지하며 매월 재추정한 후 기대투자수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과투자수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
6-요인 DNS	0.001	2.81	1.32	2.92	0.45	5.33
	0.01	2.81	1.32	2.92	0.45	5.33
	0.1	2.81	1.32	2.92	0.45	5.33
	10	3.11	1.62	2.81	0.58	4.19
	100	2.08	0.59	0.40	1.47	1.17
	∞	1.86	0.37	0.32	1.17	1.00

주) 굵은 숫자는 수익률, 초과투자수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

www.kci.go.kr

〈그림 9〉 6-요인 DNS 모형의 포트포리오 비중 추이(매월 재추정, rolling)



주: X축은 월별 외표본 기간인 48개월을 의미하고 Y축은 투자비중을 나타낸다.

세번째로 투자 채권의 만기를 주요만기인 1,3,5,10,20년으로 한정했을 때 6-요인 DNS 모형의 투자성과를 정리한 것이 〈표 8〉이다. 관측치가 존재하는 13개의 모든 만기를 대상으로 투자할 경우 포트폴리오 유지비용이 오르고 관리의 복잡성이 증가하므로 주요만기를 대상으로 한 분석은 실무적으로도 의미를 가진다. 분석결과를 보면 5개의 주요 만기만을 대상으로 한 투자성과가 13개 만기를 대상으로 한 경우보다 다소 저하된 것으로 나타났다. (다만 위험회피계수가 높은 부분의 샤프비율은 다소 상승했지만 유의한 결과는 아닌 것으로 판단된다.) 이는 예상된 결과이다. 왜냐하면 투자 대상의 선택폭이 줄어들었으므로 일종의 제약조건으로 추가된 것과 유사한 결과이기 때문이다. 특히 위험회피계수가 낮은 경우 샤프비율이 소폭 감소하였다.

〈표 8〉 포트폴리오 투자성과(1,3,5,10,20 만기)

이 표는 외표본기간(2015년 1월부터 2018년 12월까지)의 국고채 현물수익률 중 주요만기(1,3,5,10,20년)를 대상으로 6-요인 DNS 모형의 모수를 추정한 후 기대투자수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과투자수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
6-요인 DNS	0.001	3.03	1.54	2.87	0.54	4.58
	0.01	3.03	1.54	2.87	0.54	4.58
	0.1	3.14	1.65	2.85	0.58	4.35
	10	3.10	1.61	1.48	1.09	2.42
	100	1.86	0.37	0.32	1.17	1.00
	∞	1.86	0.37	0.32	1.17	1.00

주) 굵은 숫자는 수익률, 초과투자수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

www.kci.go.kr

[5] 결 론

본 연구는 전통적인 채권 전략만으로도 수익창출이 용이한 최근의 금리하향 추세에서 모형 기반의 포트폴리오 최적화 접근법이 위험대비 수익 측면에서 보다 개선된 결과를 가져오는지 분석하였다. 이러한 접근이 중요한 이유는 모형 기반의 접근법이 전통적인 전략보다 큰 폭의 위험 대비 수익을 가져올 경우 실제 채권전략을 구성할 때 이러한 결과를 반영하여 보다 높은 성과를 창출할 것으로 기대되기 때문이며 이는 결과적으로 채권시장 참가자들에게 높은 효용을 가져다 줄 것이기 때문이다.

실증분석결과 우리나라 국고채의 시계열 동학을 설명할 수 있는 대표적인 모형 중 하나인 3, 5-요인 DNS 모형은 채권의 실현투자수익률(realized return)을 예측할 경우 위험-수익간 상충관계를 다소 설명하지 못함을 발견하였다. 이에 대한 대안으로 본 연구는 6-요인 DNS 모형을 제안하여 이 모형을 사용하는 경우 자료에서 관측되는 위험과 수익간 관계를 잘 설명할 수 있으며 더 나아가 투자성과를 개선할 수 있음을 실증분석을 통해 규명하고자 하였다.

실증분석결과를 요약하면 다음과 같다. DNS 모형에 기반한 전략이 시사하는 바는 최근 4년간 의 채권 투자는 위험선호도가 높을수록 전반부는 단기물 위주의 전략을 구성하고 후반부에서는 중장기물로의 전환 전략이 효율적이라는 것이다. 다른 형태의 DNS 모형에 비해 6-요인 DNS 모형의 샤프비율이 소폭 높았으나 외표본의 특성으로 인해 매우 우월한 성과를 낸 것으로 평가하기는 어려웠다.

그러나 본 연구도 채권시장의 현실을 반영하는 측면에서 볼 때 향후 추가적인 연구를 통해 개선할 부분이 있다. 첫째 만기별 분산의 정도가 다소 과소하게 나타나는 문제를 해결하기 위한 방법을 연구할 필요가 있다. 예를 들면 허핀탈 지수 (Herfindahl index)와 같은 만기집중도 제약조건을 최적화 과정에 도입하는 것을 고려할 수 있다.(DeMiguel *et al.* (2009)). 또한 추정기간 동안 상수로 고정되는 공분산행렬을 시간에 따라 변화하는 조건부 공분산 행렬로 적용함으로써 만기별 투자비중의 분산 정도를 높일 수 있을 것으로 기대된다. 이를 위해서 상관관계가 시간에 따라 변화하는 시간가변 조건부 상관관계 모형(Dynamic Conditional Correlation; DCC)을 도입한 DCC-DNS 모형을 생각할 수 있다 (Engle (2002)). 무엇보다 적극적 채권전략을 실행할 경우 거래비용과 포트폴리오 관리의 어려움이 가중되는 등의 일종의 조정비용이 발생한다. 따라서 후속 연구에서는 만기별로 유동성이 다르다는 점을 고려하여 투자비중 결정에도 영향을 미치므로 이에 대하여 실제 자료에 바탕을 둔 유동성에 대한 제약을 고려할 필요가 있을 것으로 보인다.

www.kci.go.kr

참 고 문 헌

김명직, 장국현, 2002, 금융시계열분석, 제2판, 경문사.

김동석, 김인준, 이상구, 2001, 최우추정법을 이용한 이자율 기간구조 측정 및 채권운용전략-다요인 Cox-Ingersoll-Ross 모형을 중심으로, 선물연구 제9권 제2호, pp. 1-20.

정재만, 2002, 수익률곡선의 비평행이동과 채권면역전략의 성과, 증권금융저널 제1권 제1호, pp. 37-62.

정희준, 2008, 적극적 채권운용전략을 위한 수익률곡선분석, 재무관리연구 제25권 제2호, pp. 1-31.

Caldeira, J. F., G. V. Moura, and A. A. P. Santos, 2016, Bond Portfolio Management Using the Dynamic Factor Model, *Journal of Empirical Finance,* Vol. 37, No. 1, pp. 128-158.

Christensen, J. H., F. X. Diebold, and G. D. Rudebusch, 2008, An Arbitrage-Free Generalized Nelson-Siegel Term Structure Model, *Econometrics Journal,* Vol. 12, No. 3, pp. 33-64.

Deguest, R., F. Fabozzi, L. Martellini, and V Milhau, 2018, Bond Portfolio Optimization in the Presence of Duration Constraints, *The Journal of Fixed Income,* Vol. 28, No. 1, pp. 6-26

DeMiguel, V., L. Garlappi, F. J. Nogales, and R. Uppal, 2009, A Generalized Approach to Portfolio Optimization: Improving Performance by Constraining Portfolio Norms, *Management Science,* Vol. 55, No. 5, pp. 798-812.

de Rezende, R. B., 2011, Giving Flexibility To the Nelson-Siegel Class of Term Structure Models, *Brazilian Review of Finance,* Vol. 9, No. 1, pp. 27-49.

de Rezende, R. B. and M. S. Ferreira, 2008, Modeling and Forecasting the Brazilian Term Structure of Interest Rates by an Extended Nelson-Siegel Class of Models: A Quantile Autoregression Approach, *In: Latin American Meeting of Econometric Society.*

Diebold, F. and C. Li, 2006, Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields, *Journal of Econometrics,* Vol. 130, No. 2, pp. 337-364.

Diebold, F. X., G. D. Rudebusch, and S. B. Aruoba, 2006, The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach, *Journal of Econometrics,* Vol. 131, No. 1, pp. 309-338.

Elton, E. J., M. J. Gruber, S. J. Brown, and W. N. Goetzmann, 2003, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 6th ed., Wiley, New York.

Engle, R., 2002, Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models, *Journal of Business & Economic Statistics,* Vol. 20, No. 3, pp. 339-350.

Koopman, S. J., M.I. Mallee, and M. Van der Wel, 2010, Analyzing the Term Structure of Interest Rates using the Dynamic Nelson-Siegel Model with Time-Varying parameters, *Journal of Business & Economic Statistics,* Vol. 28, No. 3, pp. 329-343.

Korn, O. and C. Koziol, 2006, Bond Portfolio Optimization, *The Journal of Fixed Income,* Vol. 15, No. 4, pp. 48-60.

www.kci.go.kr

Markowitz, H., 1952, Portfolio Selection, *Journal of Finance,* Vol. 7, No. 1, pp. 77–91.

Nelson, C. R., A.F. Siegel, 1987, Parsimonious Modeling of Yield Curves, *Journal of Business,* Vol. 60, No. 4, pp. 473-489.

Schnorrenberger, R. and G. V. Moura, 2017, Fixed-Income Portfolio Optimization Based on Dynamic Nelson-Siegel Models with Macroeconomic Factors for the Brazilian Yield Curve, *Working Paper,* Universidade Federal de Santa Catarina.

Svensson, L., 1994, Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992–1994, *Working Paper*, IMF.

Thornton, D. L. and G. Valente, 2012, Out-of-Sample Predictions of Bond Excess Returns and Forward Rates: An Asset Allocation Perspective, *Review of Financial Studies,* Vol. 25, No. 10, pp. 3141-3168.

www.kci.go.kr

KTB Bond Portfolio Optimization using Dynamic Nelson-Siegel Model*

Sang Heon Lee** (KIS Pricing)
Myung-Jig Kim*** (Hanyang University)

Abstract

The purpose of this study is to answer the question empirically whether we can expect model based strategy to deliver the additional risk-adjusted return and the reduction of risk using available information or not. Specifically we use Dynamic Nelson-Siegel model and its variants to derive expected returns and covariance for solving mean-variance optimization problem. Constructing bond portfolio using the optimal weight, we compare it with the traditional bond stagey and do model comparisons. We use Caldeira, Moura, and Santos (2016) approach to analyze KTB optimal portfolio construction. As the result of empirical analysis for the duration of January 2015 to December 2018, as risk appetite increases, it is efficient to move short-term investment to long-term as time goes by. Despite of the volatile out-of-sample period, model based strategy show a little lower but similar risk-adjusted performance.

Keywords: *Bond Portfolio, Dynamic Nelson-Siegel Model, Mean-Variance Optimization, Bond Expected Returns, Sharpe Ratio*
Article history : Received 21 December 2018, Revised 13 May 2019, Accepted 31 May 2019

JEL Classification : G17, E43, C53
* first author: KIS Pricing (e-mail) shlee725@gmail.com
** corresponding author: Professor, College of Economics and Finance, Hanyang University, (e-mail) mjkim@hanyang.ac.kr

www.kci.go.kr