

단면감소를 고려한 파이프의 좌굴에 관한 연구

최동호* · 고영찬** · 권순길*** · 이종선****

Choi, Dong-Ho*, Ko, Young-Chan**, Gwon, Sun-Gil***, Lee, Joung-Sun****

Buckling Analysis of Pipelines with Reduced Cross Section

ABSTRACT

This paper proposes a theoretical solution of elastic critical buckling load of infinitely long pipelines with non-uniform thickness under external pressure. The non-uniform cross section of pipelines can be considered as corroded or stiffened pipelines so that this paper can be a fundamental research of pipelines that are essential technology for offshore industries. The theoretical solution of pipelines with non-uniform thickness is derived with an assumption that a cylindrical shell under external pressure can be considered as a simple ring. The eigenfunctions are derived to obtain the critical buckling load. The reduced thickness and the reduced range are considered as variables in parametric analysis. The finite element analysis is performed to verify the theoretical solutions and the results of the analytic method and the finite element method are in good agreement.

Key words : Pipelines, Elastic buckling load, Critical buckling load

초 록

본 연구에서는 부식이나 보강재가 고려된 비균일한 두께를 가지는 파이프라인에 대하여 일정한 외압을 받을 때의 탄성 좌굴하중을 이론적으로 산정하였다. 길이가 매우 긴 원통형 셸 구조물인 파이프라인을 단순한 링 구조물로 가정하였고, 고유함수를 유도하여 좌굴 임계하중을 산정하였다. 또한, 두께 변화와 두께가 감소된 구간의 범위에 따른 변수해석을 수행하였다. 이론식에 의해 산정된 좌굴 임계하중 결과를 유한요소해석 결과와 비교하여 검증하였고, 두 결과는 잘 일치함을 알 수 있었다.

검색어 : 파이프라인, 탄성 좌굴, 좌굴 임계하중

1. 서론

대체 에너지 개발이 활발함에도 불구하고 석유산업의 수요는 여전히 높다. 석유 및 천연 가스 광구 탐색 및 개발이 증가 추세에 있고 앞으로도 이러한 추세는 지속될 것으로 보인다. 해저 파이프라인은 송유관의 경우에만 (2012년 현재) 전 세계 약 175,000km가 설치되어 있고 해저 최대 약 3,000 m까지 설치되어 있다. 이러한 심해저 환경에서의 자원의 생산 및 운송의 역할을 원활히 수행하기 위해 파이프라인의 단면은 적절한 강성과 단면적을 갖고 운영 시의 압력 및 파랑에 의한 피로, 온도, 지진 등에 의한 하중을 견딜 수 있어야 한다. 특히 해수에 의한 부식 및 높은 압력에 노출되어 있으면서 심해저라는 환경적 특성 때문에 보수 또한 어렵다.

파이프라인과 관련하여, 원통 셸 구조물의 좌굴 거동에 대해서는 많은 연구가 진행되었다. Kyriakides (1986)는 일정한 압력에

* 정회원 · 한양대학교 건설환경공학과 교수, 공학박사 (samga@hanyang.ac.kr)

** 한양대학교 건설환경공학과 석사과정 (yc0012@nate.com)

*** 정회원 · 교신저자 · 한양대학교 건설환경공학과 박사과정 (Corresponding Author · Hanyang University · verysoon@daum.net)

**** 한양대학교 건설환경공학과 박사과정 (jslee9@namkwang.co.kr)

Received March 11 2013, Revised April 8 2013, Accepted April 23 2013

대하여 원통형 셀에 대한 좌굴 확산을 실험을 통하여 규명하였고, 그에 대한 좌굴 하중을 검토하였으며, Jensen (1988)은 원통형 셀에 대한 좌굴 압력을 예측할 수 있는 이론적인 방법을 제시하였다. Tian et al. (1999)은 길이방향으로 임의의 위치에 링 형태의 보강재가 설치된 원통형 셀구조를 가지고 다양한 종류의 압력에 대하여 탄성 좌굴해석을 수행하였으며, Lopatin와 Morozov (2012)는 일정한 압력을 받는 복합 캔틸레버 원통형 셀에 대한 좌굴해석을 이론적으로 수행하였다.

또한 일정한 외압을 받는 무한히 긴 원통 셀 구조물의 좌굴 거동에 대해서도 많은 연구가 진행되었다. 이러한 좌굴 연구는 길이가 매우 긴 원통형 실린더나 파이프라인의 파괴를 예측하는 방법을 제시하였다. Timoshenko와 Gere (1961)는 일정한 외압을 받는 두께가 일정하고 길이가 매우 긴 원통형 셀 구조물의 좌굴하중을 산정하는 이론식을 제시하였다. 길이가 무한하기 때문에 실린더가 평면변형 상태와 같으므로 원환 구조로 가정하여 좌굴하중을 산정하였다. 이러한 가정은 파이프 길이와 직경의 비 L/D 가 25이상 일 때 가능하며 L/D 가 25미만일 때는 지지점 경계 조건에 의해 강도 보강 효과가 생기고 좌굴 거동에 영향을 미치게 된다. 따라서 이 때는 유한 길이의 실린더로 간주해야 한다. Xue (2012)는 일정한 외압을 받는 길이가 매우 긴 원통형 셀에 대해 Donnell shell 이론을 적용하여 응력함수를 유도하였다. 이 지배방정식에 Ritz method를 이용하여 형상 변화에 따른 하중 변화를 예측하였다.

그러나 실제 사용 환경에선 파이프라인의 길이 방향으로 길게 보강재가 설치되어 있거나 일부 구간에서 부식이 발생하여 두께를 온전히 고려하지 못할 수 있다. Hoo Fatt (1999)는 부식된 파이프라인의 국부 좌굴과 탄소성 거동에 대해 연구하였다. 또한, Xue와 Hoo Fatt (2002)는 두께가 일정하지 않은 긴 원통형 셀을 한 구간에서 두께가 감소된 원환 구조로 가정하여 좌굴하중에 대한 고유 함수를 유도하였고, Newton-Raphson method를 이용하여 고유 함수를 만족하는 좌굴하중을 산정하였다. 또한, Xue와 Hoo Fatt (2005)는 부식된 파이프라인에 대한 대칭 및 역대칭 좌굴 확산 모드에 대한 이론적 해석을 감소성 해석을 통하여 수행하여 유한요소해석 결과와 비교검토하였다. 그러나 실제 환경에서 부식 발생이나 보강재 설치의 파이프의 여러 부분에 복합적으로 작용할 수 있기 때문에 여러 부분에서 두께가 감소된 형태의 파이프라인의 좌굴하중은 고려하지 못하는 한계가 있다.

본 연구는 일부 구간에서 두께가 감소된 형태의 무한히 긴 파이프라인의 탄성 좌굴하중 산정을 목적으로 하고 있다. 그 방법으로 파이프라인의 길이가 매우 길어 길이 방향으로 평면변형률 상태에 있다고 가정하고 원통 셀 구조물을 2차원 원환 구조로 치환하여 식을 유도할 수 있다. 먼저 일부 구간에서 두께가 감소된 형태의 원환 구조의 각도 별로 대칭 (Symmetric) 좌굴모드 및 역대칭

(Anti-symmetric) 좌굴모드 형태에 대한 변위 함수를 유도하고 경계 조건을 이용하여 미분방정식의 해를 구한다. 그리고 미분방정식의 계수 간의 관계를 통해 고유함수를 구하고 Newton-Raphson method를 통해 고유함수의 해를 구하여 좌굴하중을 산정하게 된다. 마지막으로 두 좌굴모드에 대해 두께가 감소된 구간의 각도 및 두께 감소량에 대한 변수 해석을 수행하였고, ABAQUS를 이용한 FEM 해석을 통해 구한 좌굴하중과 유도된 식에 의해 계산된 좌굴하중을 비교해 이론식을 검증하였다.

2. 파이프 구조물의 좌굴하중 산정 기본 이론

길이가 매우 긴 파이프 구조물은 간단한 링 구조물로 간주하여 좌굴하중을 산정할 수 있다. 이에 대한 지배방정식 유도를 위한 일반적인 가정사항은 다음과 같다 (Timoshenko와 Woinowsky-Krieger, 1959; Kyriakides와 Corona, 2007).

- a) 파이프 길이와 직경의 비, L/D 는 25를 넘는다. 이럴 경우, 지지점의 영향을 무시할 수 있고 길이 방향에 대한 변위가 0인 평면변형 상태로 가정하여 3차원 파이프 구조를 2차원 링으로 간주할 수 있다.
- b) 평균 반지름에 비해 두께 t 는 매우 작다.
- c) 링 구조물의 변형 형상은 초기 곡률면 위에 있다.
- d) 링 구조물의 총 길이 변화는 무시할 수 있다.

길이가 매우 길고 일정한 외압을 받는 파이프는 Fig. 1과 같이 2차원 링으로 나타낼 수 있다. Fig. 1에서 R 은 링의 반지름이고, t 는 링의 두께, P 는 링의 중심을 향해 일정하게 작용하는 외부 압력이며, θ 는 원주방향에서의 임의의 위치를 나타내는 각도, w 는 지름 방향으로의 변위를 나타낸다.

지름 방향 변위 w 에 대한 미분방정식과 탄성 좌굴하중 P_c 는 각각 Eq. (1) 및 Eq. (2)와 같다 (Timoshenko와 Gere, 1961).

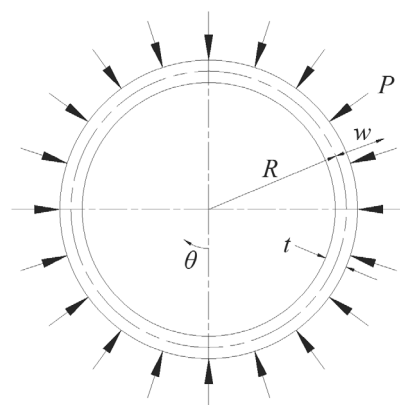


Fig. 1. Ring under uniform external pressure

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{12(1-\nu^2)PR^3}{Et^3}w \quad (1)$$

$$P_e = \frac{E}{4(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{R}\right)^3 \quad (2)$$

여기서 E 는 탄성계수이고 ν 는 포아송 비이다.

3. 두께가 일정하지 않은 링 구조물의 좌굴하중 산정

파이프라인의 부식을 재료적 특성의 변화가 아닌 기하학적 형상의 변화로서 간주하였고, Eq. (1)의 지배방정식을 이용해 두께가 일정하지 않은 링 구조물의 지배방정식을 유도하였다. 한 구간에서 두께가 감소된 형태와 두 구간에서 두께가 감소된 형태의 파이프에 대해 이론식을 유도하였고, 각 형태에 대해선 대칭과 역대칭의 두 개의 좌굴모드에 대해 검토하였다. 각 좌굴모드에서는 모드형상에 따른 서로 다른 제한조건을 적용하였고, 또한 두께가 서로 다른 구간의 경계점에서의 연속 조건에 대한 경계조건을 적용하였다. 이를 통해 변위에 대한 식을 유도하였고, 계수들 간의 관계를 이용해 고유함수를 유도하였다. 마지막으로 고유함수의 해를 통해 좌굴하중을 산정하였다.

3.1 한 구간에서 두께가 감소된 링 구조물

한 구간에서 두께가 감소된 형태의 파이프 구조는 Fig. 2와 같다. Fig. 2에서 Δt 는 감소된 두께의 길이이며 링 인쪽과 바깥쪽에 균일하게 나뉘어 감소된다고 가정한다. β 는 θ 방향으로 두께가 감소된 구간의 각도이며, 한 구간에서 두께가 감소된 형태의 두께 감소 구간의 각도는 총 2β 가 된다.

두께가 감소된 구간 1 (Region 1)의 지배방정식과 두께가 감소되지 않은 구간 2 (Region 2)의 지배방정식은 각각 Eq. (3)과 Eq. (4)와 같다 (Xue와 Hoo Fatt, 2002).

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{12(1-\nu^2)PR^3}{E(t-\Delta t)^3}w \quad (-\beta \leq \theta \leq \beta) \quad (3)$$

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{12(1-\nu^2)PR^3}{Et^3}w \quad (\beta \leq \theta \leq 2\pi - \beta) \quad (4)$$

Eqs. (3) and (4)는 Eqs. (5) and (6)으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + k_1^2w = 0 \quad (-\beta \leq \theta \leq \beta) \quad (5)$$

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + k_2^2w = 0 \quad (\beta \leq \theta \leq 2\pi - \beta) \quad (6)$$

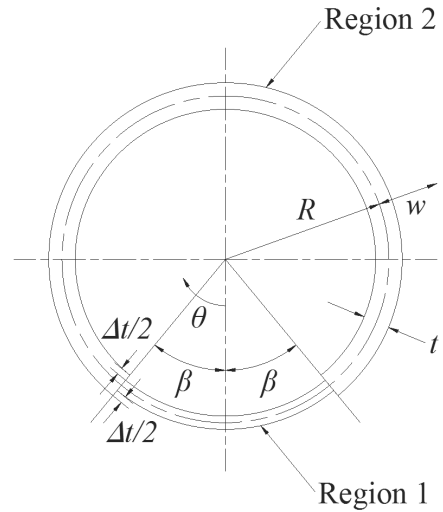


Fig. 2. Ring with one thickness-reduced region

여기서

$$k_1^2 = 1 + \frac{12(1-\nu^2)PR^3}{E(t-\Delta t)^3} \quad (7)$$

$$k_2^2 = 1 + \frac{12(1-\nu^2)PR^3}{Et^3} \quad (8)$$

지름 방향 변위 w 에 대한 미분방정식인 Eqs. (5) and (6)을 풀면, 그에 대한 해는 Eq. (9)와 같이 정리할 수 있다.

$$w = \begin{cases} A \sin k_1 \theta + B \cos k_1 \theta & (-\beta \leq \theta \leq \beta) \\ C \sin k_2 \theta + D \cos k_2 \theta & (\beta \leq \theta \leq 2\pi - \beta) \end{cases} \quad (9)$$

미분방정식의 미지 계수를 구하기 위해 경계조건을 이용한다. 두께가 감소된 구간과 두께가 감소되지 않은 구간이 만나는 점에서의 변위 w 와 변위의 기울기 w' 이 연속이어야 한다는 연속조건과 좌굴모드 형상에 따른 제한조건을 적용한다. 대칭 좌굴모드와 역대칭 좌굴모드에 대해선 각각 Eq. (10)과 Eq. (11)의 제한조건을 이용한다.

$$w'(0) = w'(\pi) = 0 \quad (10)$$

$$w''(0) = w''(\pi) = 0 \quad (11)$$

먼저 대칭 좌굴모드에 대해서, 이에 해당하는 제한조건인 Eq. (10)을 Eq. (9)에 적용하면, Eq. (12)와 같이 계수 A, C를 소거할 수 있다.

$$w = \begin{cases} B \cos k_1 \theta & (-\beta \leq \theta \leq \beta) \\ D \frac{\cos k_2 \theta (\pi - \beta)}{\cos k_2 \pi} & (\beta \leq \theta \leq 2\pi - \beta) \end{cases} \quad (12)$$

또한, $\theta = \beta$ 에서의 변위와 기울기에 대한 연속조건을 Eq. (12)에 적용하면 Eqs. (13) and (14)로 정리할 수 있다.

$$w(\beta) = B \cos k_1 \beta = D \frac{\cos k_2 (\pi - \beta)}{\cos k_2 \pi} \quad (13)$$

$$w'(\beta) = -B k_1 \sin k_1 \beta = D k_2 \frac{\sin k_2 (\pi - \beta)}{\cos k_2 \pi} \quad (14)$$

위 두 식은 계수 B, D에 대한 연립방정식이므로, Eq. (15)와 같이 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \cos k_1 \beta & -\frac{\cos k_2 (\pi - \beta)}{\cos k_2 \pi} \\ k_1 \sin k_1 \beta & k_2 \frac{\sin k_2 (\pi - \beta)}{\cos k_2 \pi} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} = 0 \quad (15)$$

계수 B, D가 자명한 해를 갖지 않기 위해 Eq. (16)과 같이 행렬식은 0이 되어야 한다 (Xue and Hoo Fatt, 2002).

$$\det = k_1 \tan k_1 \beta + k_2 \tan k_2 (\pi - \beta) = 0 \quad (16)$$

Eq. (16)은 한 구간에서 두께가 감소된 파이프 구조물의 좌굴하중 산정을 위한 고유함수이다. Eq. (16)에서 k_1 을 소거하기 위하여, Eqs. (7) and (8)로부터 유도되는 k_1 과 k_2 의 관계식인 Eq. (17)을 이용할 수 있다.

$$k_1 = \sqrt{1 + \frac{k_2^2 - 1}{(1 - \Delta t/t)^3}} \quad (17)$$

Eq. (17)을 Eq. (16)에 대입하면 k_1 이 소거되고 k_2 가 구해진다. 이때, 이 방정식은 k_2 에 대한 비선형 방정식이므로서, Newton-Raphson Method와 같은 비선형 풀이법을 이용해야 한다. 마지막으로, Eq. (8)을 외압 형태로 정리한 Eq. (18)에 산정된 k_2 를 대입하면 탄성 좌굴하중이 산정된다.

$$P_{cr} = \frac{(k_2^2 - 1)E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{R} \right)^3 \quad (18)$$

최종적으로, 재료적인 특성인 E 및 ν 는 탄성 좌굴하중 Eq. (18)에만 영향을 미치며, 좌굴모드 형상인 w 는 기하학적인 형상 인자인 β , t , 및 Δt 에만 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

역대칭 좌굴모드에 대해서도 마찬가지로, Eq. (9)에 이에 해당하는 제한조건인 Eq. (11)을 적용하여 Eq. (19)와 같이 정리할 수 있다.

$$w = \begin{cases} A \sin k_1 \theta & (-\beta \leq \theta \leq \beta) \\ D \frac{\sin k_2 \theta (\pi - \beta)}{\sin k_2 \pi} & (\beta \leq \theta \leq 2\pi - \beta) \end{cases} \quad (19)$$

또한, $\theta = \beta$ 에서의 변위와 기울기에 대한 연속조건을 Eq. (19)에 적용하고, 계수 A, D가 자명한 해를 갖지 않도록 만들면, Eq. (20)과 같은 고유함수가 유도된다 (Xue and Hoo Fatt, 2002).

$$\det = k_1 \tan k_2 (\pi - \beta) + k_2 \tan k_1 \beta = 0 \quad (20)$$

마지막으로, 고유함수로부터 좌굴 임계하중을 구하기 위해 대칭 모드와 마찬가지로 Eqs. (17) and (18)을 이용한다.

3.2 두 구간에서 두께가 감소된 링 구조물

상, 하단에 단면 감소가 발생한 파이프 구조물의 좌굴하중 산정을 위해 Fig. 3과 같은 모델을 이용하였다. 두께가 감소된 한 구간의 각도가 2β 이므로, 두 구간에 해당하는 총 각도는 4β 가 된다.

Fig. 3에 해당하는 4개의 구간에 대한 지배방정식은 Eqs. (21) and (22)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2 w}{d\theta^2} + k_1^2 w = 0 \quad (-\beta \leq \theta \leq \beta, \pi - \beta \leq \theta \leq \pi + \beta) \quad (21)$$

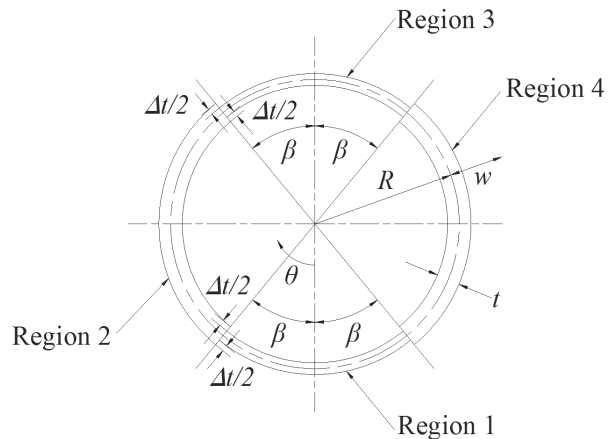


Fig. 3. Ring with two thickness-reduced regions

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + k_2^2w = 0 \quad (\beta \leq \theta \leq \pi - \beta, \pi + \beta \leq \theta \leq -\beta) \quad (22)$$

지름 방향 변위 w 에 대한 미분방정식인 Eqs. (21) and (22)를 풀면, 그에 대한 해는 Eq. (23)과 같이 정리할 수 있다.

$$w = \begin{cases} A \sin k_1 \theta + B \cos k_1 \theta & (-\beta \leq \theta \leq \beta) \\ C \sin k_2 \theta + D \cos k_2 \theta & (\beta \leq \theta \leq \pi - \beta) \\ E \sin k_1 \theta + F \cos k_1 \theta & (\pi - \beta \leq \theta \leq \pi + \beta) \\ G \sin k_2 \theta + H \cos k_2 \theta & (\pi + \beta \leq \theta \leq -\beta) \end{cases} \quad (23)$$

한 구간에서 두께가 감소된 경우와 마찬가지로, 미분방정식의 미지 계수 산정을 위해, 모드형상별 제한조건 및 구간 경계점에서의 변위와 기울기의 연속조건과 같은 경계조건을 이용한다. 먼저, 대칭 모드의 경우, 이에 해당하는 제한조건인 Eq. (10)을 적용하면, Eq. (23)에서 계수 A 및 E가 소거된다. 그리고 $\theta = \beta$ 에서의 연속조건으로부터 계수 C와 D를, $\theta = -\beta$ 에서의 연속조건으로부터 계수 G와 H를, 각각 B에 관한 식으로 나타낼 수 있다. 마지막으로, $\theta = \pi - \beta$ 에서의 연속조건을 이용하면, B와 F에 관한 연립방정식이 유도된다. 이 계수 B와 F가 자명한 해를 갖지 않도록, Eq. (15)와 같은 방법으로 행렬식이 0이 되도록 만들면, 두 구간에서 두께가 감소된 경우의 대칭 좌굴모드에 대한 고유함수인 Eq. (24)가 유도된다 (Ko, 2013).

$$\det = 2k_1k_2 \sin 2k_1\beta - \{k_1^2 - k_2^2 - (k_1^2 + k_2^2) \cos 2k_1\beta\} \quad (24)$$

$$\tan k_2(\pi - 2\beta) = 0$$

역대칭 모드도 대칭 모드의 방법과 마찬가지로, 먼저 역대칭 모드에 해당하는 제한조건인 Eq. (11)을 적용하면, Eq. (23)에서 계수 B 및 E가 소거된다. 그리고 $\theta = \beta$ 에서의 연속조건으로부터 계수 C와 D를, $\theta = -\beta$ 에서의 연속조건으로부터 계수 G와 H를, 각각 A에 관한 식으로 나타낼 수 있다. 마지막으로, $\theta = \pi - \beta$ 에서의 연속조건을 이용하면, A와 F에 관한 연립방정식이 유도된다. 이 계수 A와 F가 자명한 해를 갖지 않도록 만들면, 두 구간에서 두께가 감소된 경우의 역대칭 좌굴모드에 대한 고유함수인 Eq. (25)가 유도된다 (Ko, 2013).

$$\det = 2k_1k_2 \sin 2k_1\beta + \{k_1^2 - k_2^2 + (k_1^2 + k_2^2) \cos 2k_1\beta\} \quad (25)$$

$$\tan k_2(\pi - 2\beta) = 0$$

두 구간에서 두께가 감소된 형태의 파이프 구조물의 좌굴하중 산정을 위해, Eq. (17)을 Eqs. (24) and (25)에 대입하고 이로부터 계산된 계수 k_2 와 Eq. (18)을 이용한다.

3.3 변수해석

변수해석을 위한 변수 무차원화를 위하여, 좌굴하중에 대하여

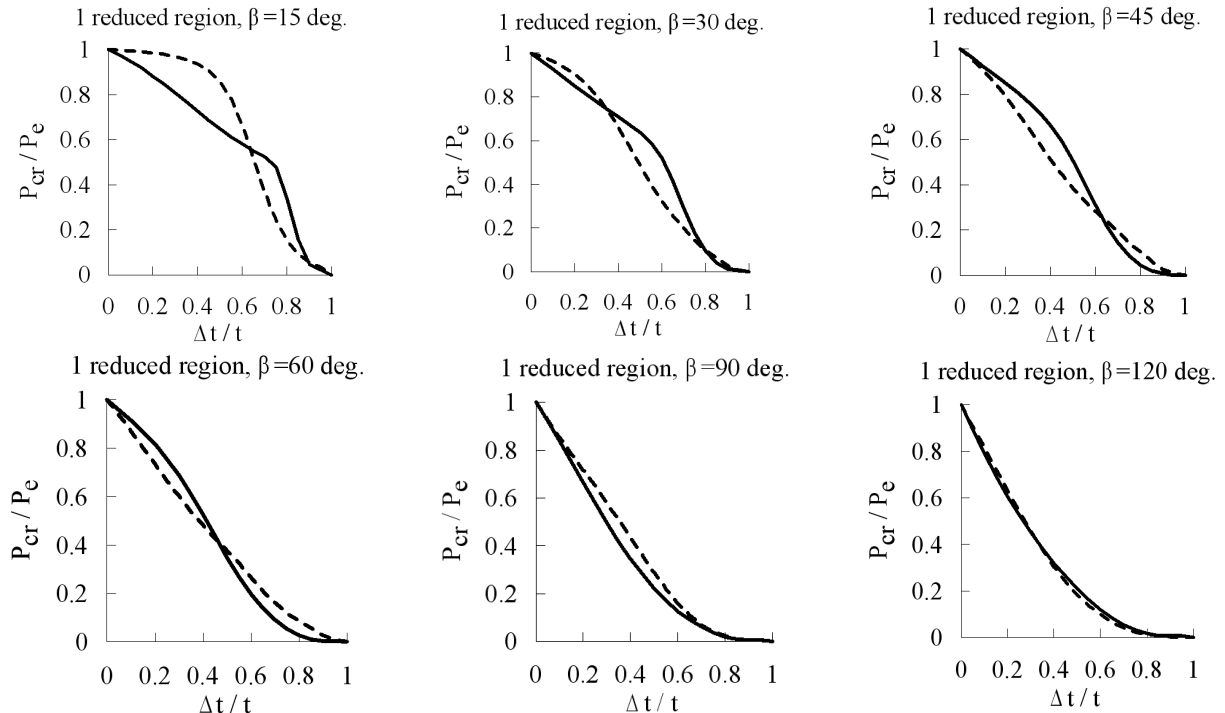


Fig. 4. Buckling loads of ring with one thickness-reduced region (— : symmetric mode, --- : antisymmetric mode)

Eq. (26)과 같이 두께가 감소된 구조의 좌굴하중을 두께가 감소되지 않은 구조의 좌굴하중으로 나누어 나타내었다. 또한, 감소된 두께를 초기 두께로 나누어 무차원화하였다.

$$\frac{P_{cr}}{P_e} = \frac{(k_2^2 - 1)}{3} \quad (26)$$

두께가 감소된 구간의 각도 β 및 무차원화된 두께의 변화에 따른 무차원화된 좌굴하중의 변화를 그래프로 나타내었다. Fig. 4는 한 구간에서 두께가 감소된 경우이고, Fig. 5는 두 구간에서

두께가 감소된 경우의 좌굴하중을 나타낸다.

두께가 일정하지 않은 파이프의 좌굴모드는 감소된 두께 및 감소구간의 각도와 같은 기하학적 형상에 따라 달라진다. 실제 파이프의 좌굴하중은 대칭, 역대칭의 두 좌굴모드 중 더 작은 좌굴하중을 갖는 모드가 지배하게 된다. 또한, 두께가 일정한 경우의 감소구간의 각도 변화에 따른 좌굴 하중의 변화는, 한 구간 및 두 구간 감소에 대하여 각각 Fig. 6 및 Fig. 7로 나타낼 수 있다.

Fig. 6과 Fig. 7를 보면, 한 구간 및 두 구간의 감소구간을 가지는 경우 그리고 대칭 및 역대칭 모드의 경우 모두에 대하여, 감소구간의 각도가 증가함에 따라 좌굴하중의 크기가 감소하며,

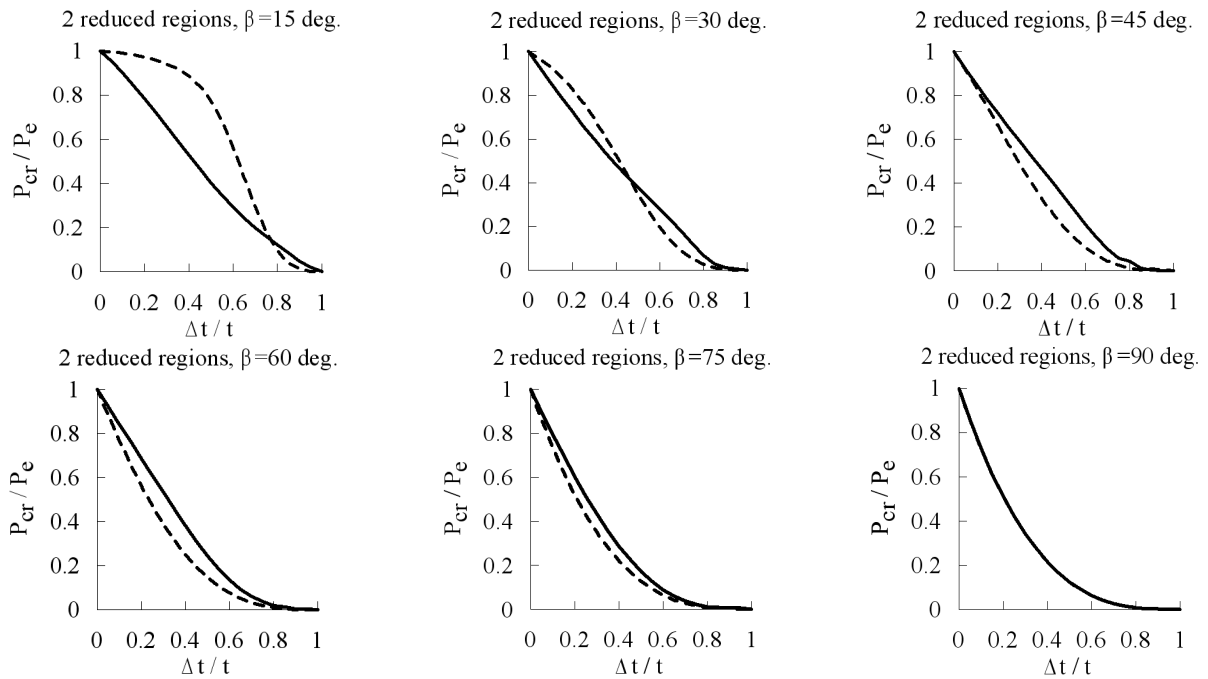
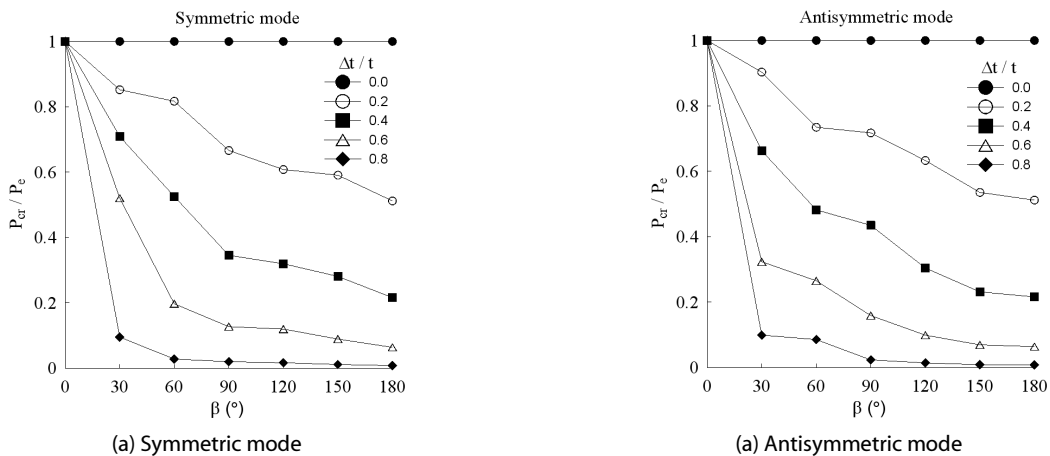


Fig. 5. Buckling loads of ring with two thickness-reduced regions (—: symmetric mode, ---: antisymmetric mode)



(a) Symmetric mode

(a) Antisymmetric mode

Fig. 6. Buckling loads with respect to reduced region angle (one thickness-reduced region)

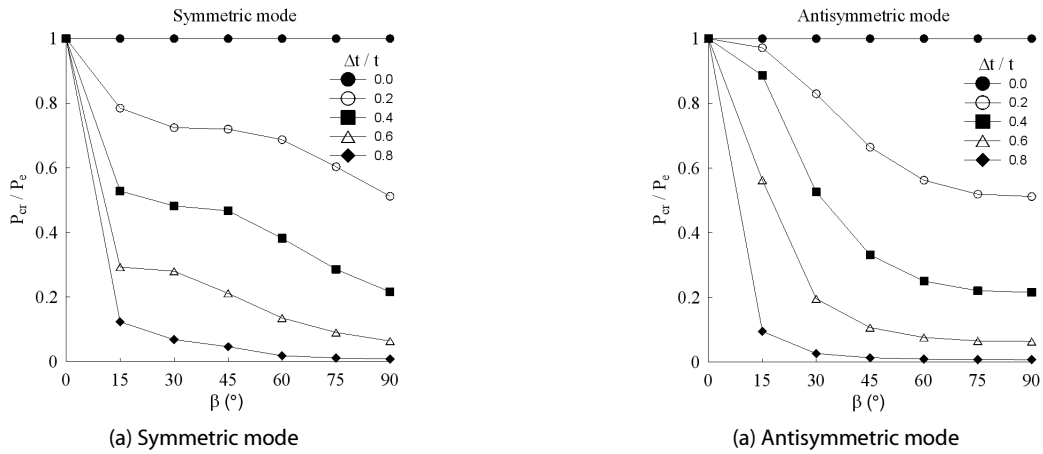


Fig. 7. Buckling loads with respect to reduced region angle (two thickness-reduced regions)

감소된 두께가 증가할수록 좌굴하중이 더 급격하게 감소함을 알 수 있다.

4. 유한요소해석을 통한 이론식 검증

본 연구에서 제안한 한 구간 및 두 구간에서 두께가 감소된 파이프 구조의 좌굴하중 산정식을 검증하기 위해 유한요소해석 결과와 비교하였다. 유한요소해석에서는 Blue Stream 프로젝트로 불리는 러시아 Dzhudga와 터키 Samsun을 잇는 해저 가스운송관에 사용된 파이프라인의 제원을 이용하였다 (Caruso et al., 2003). 2003년에 완공된 파이프라인으로서, 비교적 사용기간이 오래되어 부식 등으로 단면감소가 발생할 가능성이 상대적으로 높을 것이라고 판단된다. 파이프라인은 구간 774km, 최대 수심 2,150m이며 유한요소해석모델의 제원은 Table 1과 같다.

공칭 두께와 감소된 두께의 비 $\Delta t/t$ 는 0부터 0.8까지 0.2단위로 해석을 수행하였다. 감소된 구간의 총 각도는, 한 구간에서 두께를 줄였을 경우엔 30, 60, 90, 120, 150° 에 대해, 두 구간에서 두께를 줄였을 경우엔 15, 30, 45, 60, 75° 에 대해 해석을 수행하였다. 또한, ABAQUS의 유한요소모델에는 선형 탄성 재료를 가지며 전단 변형을 무시할 수 있는 오일러-베르누이 보를 기반으로 하는 2절점 요소인 B23 요소가 사용되었고, 원주방향으로 총 72개 요소로 나누어 평면변형을 상태에서 해석을 수행하였다. ABAQUS 모델의 경우, 길이가 무한히 길 경우 평면변형을 상태의 링 구조로 고려가능하다는 이론적인 해석에서의 가정사항을 그대로 적용시켜, 원통형 구조를 쉘 요소로 모델링하지 않고 보 요소를 이용한 링 구조로 모델링하였다.

Fig. 8은 ABAQUS를 이용한 파이프 구조의 유한요소모델을 나타내고 있고, Fig. 9는 이에 대한 좌굴해석 결과로서 대칭 및 비대칭 모드 형상을 나타낸다. Tables 2 and 3에는 한 구간에서

Table 1. Properties of analysis model

Radius, R (mm)	304.8
Thickness, t (mm)	31.9
Elastic modulus, E (GPa)	206.8
Poisson ratio, ν	0.3
Yielding stress, σ_y (MPa)	410

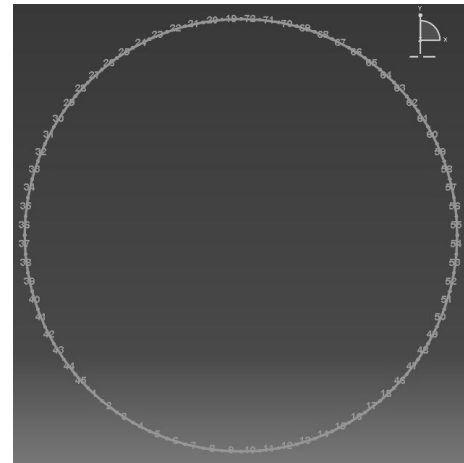
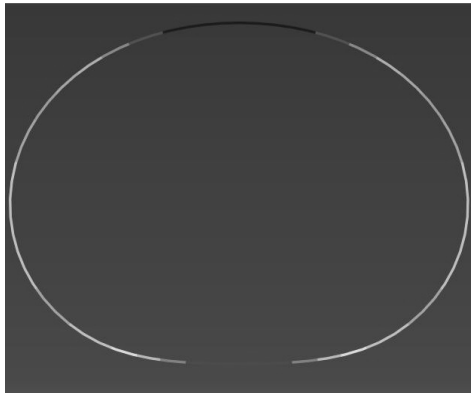


Fig. 8. Finite element model for a pipeline

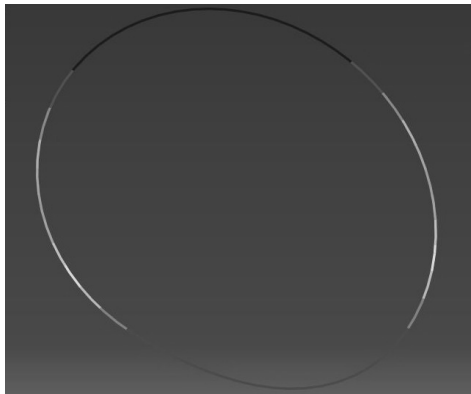
두께가 감소된 파이프 구조의 이론식에 의한 좌굴하중과 유한요소해석에 의한 좌굴하중을 대칭 모드와 비대칭 모드에 대해 각각 비교하였다.

Tables 4 and 5에는 두 구간에서 두께가 감소된 파이프 구조의 이론식에 의한 좌굴하중과 유한요소해석에 의한 좌굴하중을 대칭 모드와 비대칭 모드에 대해 각각 비교하였다.

Tables 2, 3, 4, and 5를 살펴보면, 대칭모드에서 두께 감소가 가장 큰 경우에 10% 이상의 오차가 발생했지만, 이를 제외하면



(a) Symmetric mode



(b) Antisymmetric mode

Fig. 9. Mode shape of buckling

Table 2. Comparison of buckling loads for ring with one thickness-reduced region – Symmetric mode (Unit: MPa)

2β	Comparison	$\Delta t/t$				
		0	0.2	0.4	0.6	0.8
30°	P_{cr} (Proposed)	65.13	55.51	46.17	33.88	6.21
	P_{cr} (FEM)	65.13	55.84	47.21	35.11	7.03
	Error (%)	0.00	0.59	2.20	3.50	11.66
60°	P_{cr} (Proposed)	65.13	53.20	34.24	12.86	1.83
	P_{cr} (FEM)	65.13	53.39	34.45	13.18	1.96
	Error (%)	0.00	0.36	0.61	2.43	6.63
90°	P_{cr} (Proposed)	65.13	43.40	22.50	8.29	1.30
	P_{cr} (FEM)	65.13	43.57	23.10	8.78	1.40
	Error (%)	0.00	0.39	2.60	5.58	7.14
120°	P_{cr} (Proposed)	65.13	39.60	20.83	7.81	1.10
	P_{cr} (FEM)	65.13	40.00	21.84	8.61	1.22
	Error (%)	0.00	1.00	4.62	9.29	9.84
150°	P_{cr} (Proposed)	65.13	38.47	18.31	5.82	0.75
	P_{cr} (FEM)	65.13	38.73	18.61	5.96	0.77
	Error (%)	0.00	0.67	1.61	2.35	2.60

Table 3. Comparison of buckling loads for ring with one thickness-reduced region – Antisymmetric mode (Unit: MPa)

2β	Comparison	$\Delta t/t$				
		0	0.2	0.4	0.6	0.8
30°	P_{cr} (Proposed)	65.13	58.83	43.17	21.07	6.46
	P_{cr} (FEM)	65.13	58.85	43.35	21.29	6.43
	Error (%)	0.00	0.03	0.42	1.03	0.47
60°	P_{cr} (Proposed)	65.13	47.85	31.41	17.28	5.56
	P_{cr} (FEM)	65.13	47.96	31.57	17.86	5.85
	Error (%)	0.00	0.23	0.51	3.25	4.96
90°	P_{cr} (Proposed)	65.13	46.73	28.32	10.35	1.51
	P_{cr} (FEM)	65.13	46.82	28.48	10.47	1.60
	Error (%)	0.00	0.19	0.56	1.15	5.63
120°	P_{cr} (Proposed)	65.13	41.23	19.81	6.45	0.93
	P_{cr} (FEM)	65.13	41.35	19.95	6.30	0.98
	Error (%)	0.00	0.29	0.70	2.38	5.10
150°	P_{cr} (Proposed)	65.13	34.88	15.08	4.52	0.57
	P_{cr} (FEM)	65.13	35.02	15.20	4.57	0.57
	Error (%)	0.00	0.40	0.79	1.09	0.00

Table 4. Comparison of buckling loads for ring with two thickness-reduced regions – Symmetric mode (Unit: MPa)

4β	Comparison	$\Delta t/t$				
		0	0.2	0.4	0.6	0.8
15°	P_{cr} (Proposed)	65.13	51.11	34.40	19.07	8.01
	P_{cr} (FEM)	65.13	51.70	37.25	21.11	9.03
	Error (%)	0.00	1.14	7.65	9.66	11.30
30°	P_{cr} (Proposed)	65.13	47.17	31.39	18.24	4.44
	P_{cr} (FEM)	65.13	48.27	33.41	20.10	5.08
	Error (%)	0.00	2.28	6.05	9.25	12.60
45°	P_{cr} (Proposed)	65.13	46.87	30.41	13.78	3.01
	P_{cr} (FEM)	65.13	48.00	32.31	14.84	3.40
	Error (%)	0.00	2.35	5.88	7.14	11.47
60°	P_{cr} (Proposed)	65.13	44.76	24.87	8.82	1.18
	P_{cr} (FEM)	65.13	45.42	25.95	9.36	1.26
	Error (%)	0.00	1.45	4.16	5.77	6.35
75°	P_{cr} (Proposed)	65.13	39.29	18.60	5.87	0.75
	P_{cr} (FEM)	65.13	39.56	18.90	6.01	0.77
	Error (%)	0.00	0.68	1.59	2.33	2.60

모든 기하학적 형상 및 좌굴모드에 대해서 이론적인 결과와 유한 요소해석 결과가 거의 같은 값을 나타내었다.

Table 5. Comparison of buckling loads for ring with two thickness-reduced regions – Antisymmetric mode (Unit: MPa)

4β	Comparison	Δt/t				
		0	0.2	0.4	0.6	0.8
15°	P_{cr} (Proposed)	65.13	63.29	57.72	36.67	6.21
	P_{cr} (FEM)	65.13	63.24	57.68	37.00	6.39
	Error (%)	0.00	0.08	0.07	0.89	2.82
30°	P_{cr} (Proposed)	65.13	54.03	34.26	12.77	1.73
	P_{cr} (FEM)	65.13	54.07	35.38	12.91	1.76
	Error (%)	0.00	0.07	0.87	1.08	1.70
45°	P_{cr} (Proposed)	65.13	43.28	21.59	6.96	0.89
	P_{cr} (FEM)	65.13	43.40	21.73	7.03	0.91
	Error (%)	0.00	0.28	0.64	1.00	2.20
60°	P_{cr} (Proposed)	65.13	36.62	16.31	4.97	0.63
	P_{cr} (FEM)	65.13	36.76	16.44	5.02	0.63
	Error (%)	0.00	0.38	0.79	1.00	0.00
75°	P_{cr} (Proposed)	65.13	33.81	14.38	4.28	0.54
	P_{cr} (FEM)	65.13	33.95	14.49	4.32	0.54
	Error (%)	0.00	0.41	0.76	0.93	0.00

5. 결론

본 논문에서는 길이가 매우 긴 원통형 쉘 구조물인 파이프를 링으로 가정하여 좌굴하중 산정을 위한 이론식을 유도하였다. 파이프는 부식의 위험이 크기 때문에 이를 고려하기 위해 링 구조의 두께를 줄임으로써 부식을 고려하였다. 다양한 부식 형태를 고려하기 위해 링의 한 구간 및 두 구간에서 두께를 변화시켰고, 이 형태의 좌굴하중 산정을 위한 이론식을 유도하였다. 이론식에 의한 좌굴하중과 유한요소해석에 의한 좌굴하중을 비교·검증하였고, 본 연구에 대한 결론은 다음과 같다.

- (1) 두께가 일정하지 않은 링 구조의 좌굴하중에 대하여, 이론식에 의한 결과와 유한요소해석에 의한 결과를 비교해 보면, 대칭모드에서 두께감소가 가장 큰 경우에 10% 이상의 오차가 발생했지만, 이를 제외하면 모든 기하학적 형상 및 좌굴모드에 대해서 거의 같은 값을 나타내었다.
- (2) 두께가 일정하지 않은 링의 좌굴모드 형상은 재료적 특성에는 무관하며 두께가 감소된 구간의 각도 및 두께 감소량과 같은 기하학적 형상에 기인하고, 재료적 특성은 링의 좌굴하중을 결정하는 것으로 판단된다.

이론적으로 산정된 두께가 일정하지 않은 파이프 구조의 좌굴하중이 유한요소해석에 의한 결과와 거의 일치하므로, 본 논문에서 유도한 이론식을 부식을 고려한 파이프의 해석 및 설계에 사용될 수 있을 것으로 판단된다. 또한, 탄성 좌굴하중은 외압을 받는 파이프의 설계나 해석에 있어 가장 보수적인 값이기 때문에 파이프

설계 초기단계에서 개략 설계를 위해 사용될 수 있고, 본 논문에서 제시한 이론식을 통해 다양한 변수에 대한 해석이 가능할 것으로 보인다. 또한, 단순히 한 구간 및 두 구간의 두께를 줄임으로써 부식을 고려하는 본 논문의 요지를 발전시켜, 길이 방향으로 여러 가지 형태의 보강재가 있는 파이프 구조물에 대해서도 좌굴 거동을 예측할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 2012년도 포스코(POSCO) 대학원생 논문지원사업에 의해 수행되었습니다. 연구비 지원에 감사드립니다.

References

Caruso, S., Dicorradro, S. and Borovik, V. (2003). "Blue stream ready for gas transportation." *Proc. of the 22nd World Gas Conference, Tokyo*, pp. 1-16.

Hoo Fatt, M. S. (1999). "Elastic-plastic collapse of non-uniform cylindrical shells subjected to uniform external pressure." *Thin-walled Structures*, Vol. 35, pp. 117-137.

Jensen, H. H.(1988). "Collapse of hydrostatically loaded cylindrical shells." *International Journal of Solids Structures*, Vol. 24, No. 1, pp. 51-64.

Ko, Y.-C. (2013). *Buckling behavior of subsea pipelines of reduced cross section*, Master's thesis, Graduate school of Hanyang University (in Korean).

Kyriakides, S. (1986). "Propagation buckles in long confined cylindrical shells." *International Journal of Solids Structures*, Vol. 22, No. 12, pp. 1579-1597.

Kyriakides, S. and Corona, E. (2007). *Mechanics of offshore pipelines*, Elsevier, Oxford, U.K.

Lopatin, A. V. and Morozov, E. V. (2012). "Buckling of a composite cantilever circular cylindrical shell subjected to uniform external lateral pressure." *Composite Structures*, Vol. 94, pp. 553-562.

Tian, J., Wang, C. M., and Swaddiwudhipong, S. (1999). "Elastic buckling analysis of ring-stiffened cylindrical shells under general pressure loading via the Ritz method." *Thin-walled Structures*, Vol. 35, pp. 1-24.

Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. (1961). *Theory of elastic stability*, McGraw Hill, Singapore.

Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of plates and shells*, McGraw Hill.

Xue, J. (2012). "Local buckling in infinitely, long cylindrical shells subjected uniform external pressure." *Thin-walled Structures*, Vol. 53, pp. 211-216.

Xue, J. and Hoo Fatt, M. S. (2002). "Buckling of a non-uniform, long cylindrical shell subjected to external hydrostatic pressure." *Engineering Structures*, Vol. 24, pp. 1027-1034.

Xue, J. and Hoo Fatt, M. S. (2005). "Symmetric and anti-symmetric buckle propagation modes in subsea corroded pipelines." *Marine Structures*, Vol. 18, pp. 43-61.