

계층 모형을 활용한 서울시 오피스 하부지수 산정 연구

송 영 선 (Young-Sun, Song)* · 이 창 무 (Chang-Moo, Lee)**

〈국문요약〉

국내 오피스 시장의 투자규모가 급격히 성장해왔고, 부동산 간접투자 활성화를 위한 움직임이 활발한 상황에 따라 시장의 투명성에 대한 요구가 증가하고 있으나, 정보 공개가 상당히 제한적이고 시장 상황을 세밀하게 진단할 수 있는 지표가 명확하지 않다. 특히 자본환원율의 분모로써 중요한 한 요소인 자산가치의 시장 가격 변동성을 보여줄 수 있는 매매가격지수는 과거 다양한 민간기업에서 공표가 되었으나 현재는 일부에서만 간신히 유지되고 있다. 오피스 시장은 주택시장과 비교하여 거래단위의 재고가 현저히 적고 따라서 거래빈도 또한 지극히 적어 실거래 사례를 이용하여 안정적인 지수의 산정이 쉽지 않다.

본 연구에서는 랜덤워크 구조를 도입하여 지수 안정성을 대폭 개선하였으며, 계층모형을 활용하여 서울시 오피스 하부시장 지수를 작성하였다. 특히, 반복매매지수와 헤도닉지수를 각각 산정하여 비교하고, 서울시 오피스 시장의 세분화 된 가격 변동추이를 확인하고자 하였다. 헤도닉모형과 반복매매모형이 각각 가지는 장·단점으로 인해 서로 다른 추정 결과를 나타낼 수 있으며, 변수선택 편의를 확인하고 특성변수의 영향력을 잘 통제할 수 있는 모형을 선택하였다.

하부시장별 오피스 가격지수의 산정은 보다 많은 측면에서 세분화 된 시장 정보의 제공 측면에서 의의가 있으며, 자본환원율의 분모에 해당하는 자산가치의 추정을 위한 시점보정으로 활용 가치가 높을 것으로 기대한다.

키워드 : 오피스 가격지수, 실거래가 자료, 계층모형, 과소거래시장, 베이지안 접근법

* 한양대학교 도시공학과 석박사통합과정, youngsun_song@naver.com

** 한양대학교 도시공학과 교수, changmoo@hanyang.ac.kr

I. 서론

부동산 가격지수는 부동산의 시간흐름에 따른 가격 변동을 확인하고 보여주기 위한 지표로 부동산 시장 상황을 파악하기 위한 대표적인 지표 중 하나이다. 시장에서 부동산 가격지수의 목적과 개념을 오해하고 잘못 활용하는 경우가 간혹 있기는 하지만, 정확한 이해를 전제로 한다면 정부의 정책적 의사결정 뿐 아니라 시장의 투자자 및 소비자에게도 중요한 가장 기초적인 시장 정보 참고 지표로의 활용성이 높다. 2006년 부동산 거래신고제도 시행 이후 실거래 자료가 축적되면서 주택시장의 실거래가격 지수의 산정에 관한 연구가 활발히 진행되었고, 공동주택 실거래가격지수는 현재 주기적으로 공표되고 있다.

그러나 상업용부동산 시장에 대해서는 실거래가격 지수의 작성에 어려움을 겪고 있는 상황이다. 첫 번째로 수집되는 실거래 정보에 대한 제한적인 공개와 더불어 폐쇄적인 시장 정보체제로 인해 실제 활용성이 크게 떨어지는 것이 하나의 이유이며, 또 거래사례 자체가 적은 관계로 안정적인 지수를 산출해내는 데 어려움을 겪고 있기 때문이다. 특히 시장의 관심도가 높은 오피스 시장에 대해서도 마찬가지인데, 그나마 공표가 되고 있는 상업용부동산 임대동향조사의 경우에는 빈번하게 표본변경이 발생하고 그 표본들이 시장을 대표하지 못한다는 지적이 있으며 저평가 된 자본수익률을 산출하여 실제 시장 상황과 괴리가 크다는 한계가 있다.

국내 부동산 간접투자 시장은 최근 수 년간 투자규모 증대와 투자 다변화가 이루어지며 급격한 성장을 이루고 있으며 이에 따라 상업용 부동산 시장은 기관 투자자 뿐 아니라 개인 투자자에게도 주요 투자 관심 대상이 되고 있어 시장 정보 제공에 대한 요구가 증대하는 상황이다. 특히, 안정성을 갖춘 오피스 가격지수 산정은 거래 빈도가 적은 시장의 세분화 된 정보 제공으로 시장 투명성 제고에 기여할 수 있으며, 단순히 안정적인 가격변동 추이를 직접적으로 보여주는 것 외에도 안정적인 자본환원율의 산정을 위한 분모 부분의 기초지수로서 활용이 가능하여 종합적인 오피스 시장 지수를 만들어내기 위한 첫 걸음이라 할 수 있다. 본 연구에서는 부동산 과소거래시장에 대한 안정적인 가격지수 산정을 위한 방법론에 기초하여 보다 세분화 된 시장 지표를 산출해낼 수 있는 방법에 관해 논의하고 헤도닉 모형과 반복매매모형에 따른 특징과 한계점을 비교하고자 한다.

II. 이론적 논의 및 연구 모형

1. 실거래가 지수 산정을 위한 기초 모형

실거래가격 지수의 한 가지로 널리 활용된 헤도닉 모형(Hedonic Model)은 Lancaster(1966), Rosen (1974)를 통해 그 이론적인 토대가 마련되었으며 국내에서도 다양한 연구가 진행되었다. 헤도닉 모형은 부동산의 특성가격을 추정한 후에 이를 이용하여 매 시점 추정 가격을 지수화 하는 방식으

로(이용만, 2007) 부동산의 이질성을 극복할 수 있다는 장점을 가지고 있으나 방대한 부동산의 각종 특성에 관한 자료가 요구되어 많은 시간과 비용이 요구되며 변수 누락으로 인한 편의가 발생할 수 있다는 단점이 있다(이창무 외, 2002; 최성호 외, 2010). 헤도닉 가격지수는 다음의 식(1)과 같이 산정된다.

$$\ln P_{it} = \alpha_0 + \sum_{l=1}^L \alpha_l X_i^l + \sum_{t=2}^T \beta_t D_t + \epsilon_{it}, \quad I_t = \exp(\beta_t) \times 100 \quad (1)$$

P_{it} 는 i 부동산의 t 시점 거래가격, X_i^l 는 i 부동산의 l 특성변수, D_t 는 t 시점 시간더미를 나타내며, 추정된 β_t 는 시간효과를 나타내는 것으로 종속변수를 로그변환하였기 때문에 추정 값을 지수화한 후 100을 곱하여 지수를 최종적으로 산정할 수 있다.

실거래가격 지수 산정 방식의 다른 한 가지로 현재 가장 보편적으로 활용되고 있는 반복매매모형은 Bailey et al.(1963)을 통해 제안되었고 Case and Shiller(1989), Shiller(1991)을 통해 수정된 형태로 널리 적용되면서 현재에도 많은 기관에서 부동산 가격지수 작성에 이용하고 있다. 헤도닉 모형과 달리 지수작성 기간 내에 두 번 이상 거래된 부동산의 거래가격과 거래시점 자료만을 필요로 하며 거래가 발생한 두 시점 사이에 부동산 가격에 영향을 미치는 특성이 변하지 않는다는 가정을 기초로 모형이 구성되기 때문에 헤도닉 모형의 단점에 대한 대안으로 활용될 수 있으나 이로 인해 자료 이용의 효율성이 떨어지고 표본선택의 편의에 관한 문제를 갖고 있고(Clapp and Giaccotto, 1992), 관측되는 반복 거래시점 간 차이가 길어지면서 이분산의 문제가 발생할 수 있다(이창무 외, 2002). 반복매매 모형의 기본 형태는 다음의 식(2)과 같다.

$$\ln P_{is} - \ln P_{if} = \sum_{t=2}^T \beta_t D_{it} + \epsilon_i, \quad I_t = \exp(\beta_t) \times 100 \quad (2)$$

$P_{is(f)}$ 는 거래쌍 i 의 두 번째(첫 번째) 거래가격을 나타내며 시간더미 D_t 는 $t=s$ 일 때 1, $t=f$ 일 때 -1, 그 외에는 0의 값을 가진다.

2. 거래빈도가 적은 시장에 대한 지수 산정 방식

거래빈도가 적은 시장에 대한 안정적인 지수 산정을 위해 국내에서는 시계열 모형, 분위회귀 모형, 상태공간모형, MIT/CRE 2단계 추정법(Geltner and Bokhari, 2008) 등 다양한 연구들이 진행되었고 실제로 지수 안정성을 개선하는 결과를 얻었다(박헌수, 2007; 이창무 외, 2013; 박헌수·유은영, 2014; Yeon, 2016; 황규완·손재영, 2017; 류강민·송기욱, 2020; 송영선 외, 2020). 그러나 연구

모형이 여러 단계로 이루어져 복잡하거나 여전히 하부시장 지수 산정에 적용하기 어려운 여러 측면에서의 한계가 존재하였다.

한편, 해외에서는 보다 오랜 기간 동안 지수 안정성 개선을 위한 다양한 노력들이 이루어져 왔는데, Goetzmann(1992)를 통해 도입된 랜덤워크 모형과 베이지안 추정은 Francke(2010)에서 보다 일반화 된 형태로 개선되었으며 베이지안 추정의 결과가 타 방법론 대비 더 나은 지수추정성능을 보이는 것을 밝혔다. 이와 같은 해외 연구들에 기반하여 송영선 외(2021)은 랜덤워크 확률과정을 가정한 세 가지 형태의 반복매매모형을 이용해 서울시 오피스 실거래가 지수를 산정하고 다양한 측면에서 추정 성능이 큰 폭으로 개선되는 것을 확인하였다. 본 연구에서는 Francke(2010), 송영선 외(2021)에서 검토한 베이지안 추세 모형 중 가장 간단한 형태를 가지고 있는 랜덤워크(Random Walk, RW) 모형을 활용하였으며 다음의 식(3)과 같다.

$$\beta_{t+1} = \beta_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \quad (3)$$

$$\ln P_{it} = \alpha_0 + \sum_{l=1}^L \alpha_l X_i^l + \beta_t + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (4)$$

$$\ln P_{is} - \ln P_{if} = \beta_s - \beta_f + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (5)$$

식(4), (5)는 각각 식(1)과 (2)의 시간고정효과 β_t 를 식(3)과 같은 랜덤워크 확률과정을 따르는 β_t 로 변형한 헤도닉모형과 반복매매모형이다. 이러한 구조를 통해 추정된 지수의 안정성을 개선할 수 있으며, MCMC 샘플링을 통한 베이지안 추정으로 지수의 추정성능 또한 큰 폭으로 개선이 가능하다.

3. 하부시장 지수 산정 방식

서울시 전체가 아닌 권역별 혹은 규모별 하부시장 지수를 산정하고자 할 때 식(3)~(5)를 통해서도 안정적인 지수의 추정이 가능하다. 그러나 하부시장별로 나눌수록 이용 가능한 거래사례는 더욱 줄어들게 되며, 이 경우 극히 일부의 거래사례에만 잘 들어맞는 지수가 산정되는 과적합의 문제가 발생할 수 있다. Francke and van de Minne(2017)는 반복매매모형에 계층모형을 도입하여 하부지수를 산정하였다. 계층모형을 활용할 경우 전체 거래자료를 동시에 이용하여 공통적으로 가지는 추세를 추정함과 동시에 하부시장별로 서로 다른 가격 움직임을 보이는 추세를 추정하게 되는데, 상호간의 구조적 의존성으로 더 좋은 추정이 가능하며 과적합 문제를 일정부분 해결할 수 있는 장점이 있다.

$$\lambda_{t+1}^j = \lambda_t^j + \zeta_t^j, \quad \zeta_t^j \sim N(0, \sigma_\zeta^j) \quad (6)$$

$$\ln P_{it} = \alpha_0 + \sum_{l=1}^L \alpha_{gl}^j X_i^l + \beta_t + \sum_{j=1}^J \lambda_{gt}^j + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (7)$$

$$\ln P_{is} - \ln P_{if} = \beta_s - \beta_f + \sum_{j=1}^J (\lambda_{g,s}^j - \lambda_{g,f}^j) + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (8)$$

$$I_{gt}^j = \exp(\beta_t + \sum_{j=1}^J \lambda_{gt}^j) \times 100 \quad (9)$$

식(7), (8)은 각각 식(4), (5)에서 하부시장별 개별 추세를 나타내는 λ_{gt}^j 가 추가된 형태이며 계층모형에서 β_t 는 시장 전체가 공유하는 공통적인 추세를 나타낸다. 여기서 j 는 권역, 규모 등과 같은 하부시장의 분류기준을 나타내며 g 는 j 하부시장의 개별 그룹(CBD, GBD, YBD 등)을 나타낸다. 식(7)의 경우 α_{gt}^j 는 하부시장이 공통추세를 평균으로 시장별 차이를 표준편차를 가지는 분포를 따라 하부시장별로 서로 다른 고정효과를 지니도록 설정한다. 최종적으로 하부시장 별 지수는 식(9)를 통해 산출할 수 있는데, 만약 서울시의 CBD 내 중형빌딩의 가격지수를 구하고자 한다면 지수 추정 후 $\exp(\beta_t + \lambda_{CBD,t}^{\text{권역}} + \lambda_{\text{중형},t}^{\text{규모}}) \times 100$ 의 식을 통해 산출할 수 있다.

III. 연구결과

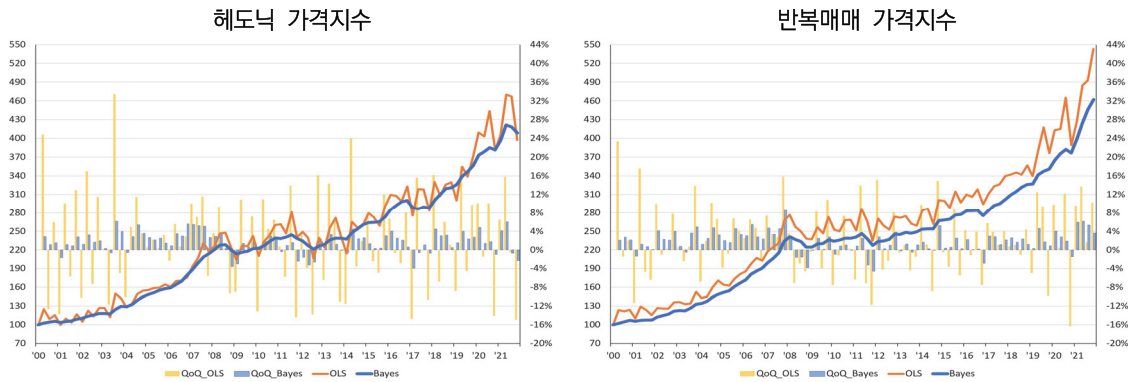
1. 서울시 지수 작성 결과

〈그림 1〉은 헤도닉 모형과 반복매매모형을 이용하여 산정한 서울시 오피스 실거래가지수를 각각 OLS 추정과 랜덤워크 모형을 통한 베이지안 추정 결과를 비교한 것이다. 막대그래프는 각각 전분기 대비 변동률을 나타낸 것으로 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수 모두 기존의 OLS 추정 대비 랜덤워크 모형을 도입한 베이지안 추정에서 안정성이 크게 개선된 것을 확인할 수 있다. 〈표 1〉은 모형별 지수 추정 성능을 비교한 것이다. MSEI(Mean of Standard Error Index)는 지수의 통계적 신뢰도를 나타낸 것으로 모든 시점 추정계수의 표준오차를 지수화한 값의 평균에 100을 곱하여 산출하고, SI(Stability Index)는 지수 안정성을 나타내는 것으로 지수의 총 길이 대비 지수의 첫 시점부터 마지막 시점 사이 직선거리를 산출한다. OLS 추정 대비 베이지안 추정 시 통계적 신뢰도가 큰 폭으로 개선된 것을 확인할 수 있으며, 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수를 비교해보면 반복매매 가격지수의 통계적 신뢰도가 더 높은 것으로 나타났다. 지수 안정성의 경우에도 마찬가지로 베이지안 추정을 통해 안정성이 크게 개선되는 것을 확인할 수 있었고, 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수를 비교해보면 반복매매 가격지수의 안정성이 더 높은 것으로 나타났다. 다만, 기존에 헤도닉 가격지수의 가장 큰 한계점 중 하나로 여겨졌던 지수의 안정성은 반복매매 가격지수와 격차가 베이지안 추정을 통해 다소 감소하면서 일정 수준 이상의 안정성은 확보가 가능한 것으로 나타났다.

헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수의 그래프를 비교해보면, 누적적인 가격변동 추이는 거의 유

사하게 따라가는 구도로 나타났으나, 가격의 등락이 변화하는 극점에서 2~3분기 가량의 시차가 나타났고, 특히 2021년 2분기 이후 반년 간 반복매매 가격지수는 9.1% 상승하였으나, 헤도닉 가격지수는 3.0% 감소하는 완전히 반대 방향의 결과가 나타났다. 이와 같은 차이는 각각의 모형이 가지는 특성에 의해 나타난 것으로 이해할 수 있는데, 반복매매 가격지수는 2회 이상 거래된 빌딩의 거래자료만 이용하기 때문에 헤도닉 가격지수에 비해 이용 자료가 70% 수준에 불과하여 표본추출 오류가 발생할 수 있다. 반면에 헤도닉 가격지수의 경우에는 고정효과로 통제하는 특성변수의 구성에 따라 변수 누락으로 인한 편의가 발생할 수 있다. 따라서 이러한 차이를 유발하는 요인에 관해서는 보다 정밀한 추가 분석이 요구되는 한계가 있다.

〈그림 1〉 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수 작성 결과 및 비교



* 기준시점 : 2000년 1분기=100.0

〈표 1〉 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수의 통계적 신뢰도 및 지수 안정성 비교

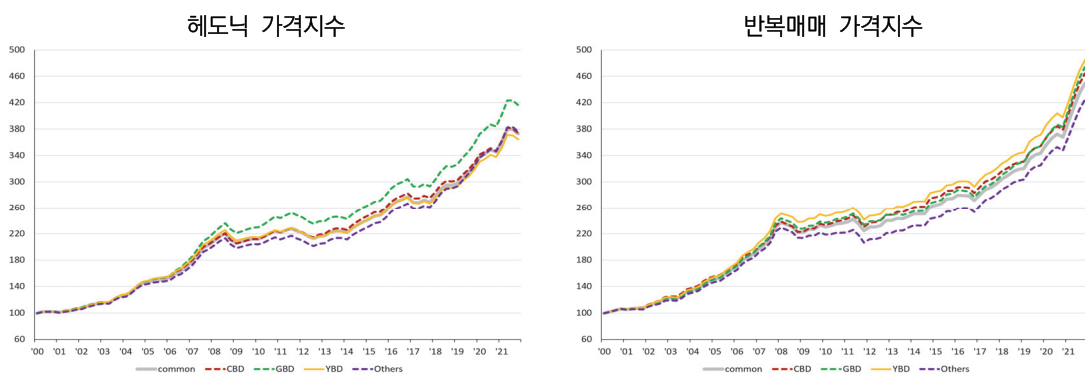
구 분	헤도닉모형		반복매매모형	
	OLS	Bayes	OLS	Bayes
MSEI	12.961	0.064	9.657	0.056
SI	0.184	0.674	0.331	0.755

2. 서울시 권역별 지수 작성 결과

〈그림 2〉는 계층모형을 활용한 헤도닉과 반복매매 권역별 가격지수 작성 결과를 각각 나타낸 것이다. 회색으로 표현한 ‘common’은 공통적인 가격변동 추세를 나타내는 것으로 모형 식의 β_t 에 해당한다. 각각의 권역별 지수는 공통추세와 유사한 추세를 보이고 있으며, 이는 서울시 전체 지수의 작성 결과와 유사하게 나타났다. 그러나 가장 눈에 띄는 점은 권역별 편차가 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수에서 완전히 다르게 나타났다는 점이다. 시점별로 부분적인 가격 변동 양상은 또 다른 상황을 보여줄 수 있으나 단편적으로 22년간의 누적적인 가격변동 폭은 헤도닉 가격지수의 경우 GBD가 가장 높고 YBD가 가장 낮은 것으로 나타났으나, 반복매매 가격지수에서는 YBD가 가장 높고, Others

가 가장 낮은 것으로 나타났다. 이러한 차이는 앞서 논의한 바와 마찬가지로 각각의 모형이 가지는 서로 다른 특성에 의해 나타날 수 있는데, 헤도닉 가격지수 대비 70% 수준의 자료만을 활용하면서도 <표 2>에서 확인할 수 있는 것과 같이 통계적 신뢰도가 더 높고 안정성 또한 보다 우수한 반복매매 가격지수의 경우 모형의 구조를 통해 특성변수에 의한 고정효과를 완전히 통제하고 있기 때문에 헤도닉 가격지수가 가지는 변수 누락에 의한 편이가 이러한 차이를 만들어내는 데 큰 영향을 미쳤을 것으로 유추해 볼 수 있다. 다만, 이 또한 마찬가지로 보다 정밀한 분석이 요구되는 상황이다.

<그림 2> 계층모형을 활용한 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수 작성 결과



* 기준시점 : 2000년 1분기=100.0

<표 2> 계층모형을 활용한 헤도닉 가격지수와 반복매매 가격지수의 통계적 신뢰도 및 지수 안정성 비교

구 분		common	CBD	GBD	YBD	Others
헤도닉	MSEI	0.0842	0.0555	0.0709	0.0600	0.0535
	SI		0.700	0.709	0.683	0.706
반복매매	MSEI	0.0737	0.0648	0.0570	0.0939	0.0717
	SI		0.776	0.765	0.778	0.745

IV. 결론

본 연구에서는 지수 추정계수에 랜덤워크를 도입한 베이지안 추세 모형과 이에 더해 공통적인 추세로부터 하부시장 간 편차를 추정해내는 계층모형을 활용하여 안정적인 서울시 오피스 시장의 권역별 지수를 산정하였다. 이를 통해 부동산 가치 평가 시 시점 보정을 위한 기초 지수로 활용될 수 있는 가능성을 보여줄 수 있었다. 또한 본 연구에서 활용한 모형을 이용하여 오피스 시장 뿐만 아니라 거래사례가 적은 아파트 단지별 지수 혹은 비아파트의 가격지수, 주 단위 지수 등 부동산 시장 전반에서 세분화 된 다양한 시장 지표 산출에도 활용이 가능하다는 점은 부동산 시장에 대하여 신뢰할 수 있는 세분화 된 정보를 제공하고 정보 비대칭 해소하는 등 시장 전반에 기여할 수 있다는 측면에서 의의가 있다.

또한 헤도닉 모형과 반복매매모형을 통해 지수를 작성하고 비교한 결과 기존에 비해 헤도닉 모형으로도 일정 수준의 안정성 확보가 가능하다는 점을 확인하였다. 다만, 각각의 모형이 가지는 특성으로 인해 적지 않게 다른 지수가 산정되었으며 어떠한 점이 이러한 차이를 만들어냈는 지에 관해서는 추후에 보다 세밀한 연구가 진행되어야 할 과제로 남아있다.

참고문헌

- 류강민·송기욱, “반복매매모형을 활용한 서울시 오피스 벤치마크 가격지수 개발 및 시험적 적용 연구”, 「LHI Journal」 제11권 제2호, 한국토지주택공사 토지주택연구원, 2020, pp. 33-46.
- 박헌수, “거래빈도가 낮은 시장에서의 실거래 부동산 가격지수 작성에 관한 연구 : 강남구를 대상으로”, 「부동산학연구」 제13집 제3호, 한국부동산분석학회, 2007, pp. 187-200.
- 박헌수·유은영, “상태공간모형을 활용한 부동산실거래가격지수 추정에 관한 연구: 거래빈도가 낮은 지역을 중심으로”, 「부동산학연구」 제20집 제1호, 한국부동산분석학회, 2014, pp. 5-17
- 송영선·신혜영·이창무, “부동산 과소거래시장에 대한 안정적인 실거래가 지수 산정에 관한 연구”, 「부동산학연구」 제27집 제4호, 한국부동산분석학회, 2021, pp. 21-40.
- 송영선·윤명탁·이창무, “아파트 하위시장 실거래가 지수 산정방식 비교 연구”, 「부동산분석」 제6권 제3호, 한국감정원, 2020, pp. 1-19.
- 이용만, “특성가격함수를 이용한 주택가격지수 개발에 관한 연구 - 시간변동계수모형에 의한 연쇄지수”, 「부동산학연구」 제13집 제1호, 한국부동산분석학회, 2007, pp. 103-125.
- 이창무·김병욱·이현, “반복매매모형을 활용한 아파트 매매가격지수”, 「부동산학연구」 제8집 제2호, 한국부동산분석학회, 2002, pp. 1-19.
- 이창무·류강민·김지연, “Quantile Regression을 이용한 반복매매지수 산정에 관한 연구”, 「부동산학연구」 제19집 제4호, 한국부동산분석학회, 2013, pp. 27-40.
- 최성호·류강민·이건우·이창무, “반복매매모형을 활용한 오피스 매매가격지수에 관한 연구”, 「국토계획」 제45권 제7호, 대한국토·도시계획학회, 2010, pp. 119-131.
- 황규완·손재영, “MIT/CRE 2단계 추정법을 활용한 서울 오피스 가격지수 산출에 관한 연구”, 「주택연구」 제25권 제1호, 한국주택학회, 2017, pp. 151-175.
- Bailey, M. J., R. F. Muth, and H. O. Nourse, “A regression method for real estimate price index construction”, Journal of the American Statistical Association, Vol. 58, 1963, pp. 933-942.
- Case, K. E. and R. J. Shiller, “The Efficiency of the Market for Single Family Homes”, The American Economic Review, Vol. 79 No. 1, 1989, pp. 125-137.

- Clapp, J. M. and C. Giaccotto, “Estimating price indices for residential property: A comparison of repeat sales and assessed value methods”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87, 1992, pp. 300-306.
- Francke, M. K., “Repeat Sales Index for Thin Markets: A Structural Time Series Approach”, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 41 No. 1, 2010, pp. 24-52.
- Francke, M. K. and A. van de Minne, “The Hierarchical Repeat Sales Model for Granular Commercial Real Estate and Residential Price Indices”, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 55 No. 4, 2017, pp. 511-532.
- Geltner, D. and S. Bokhari, A Technical Note on Index Methodology Enhancement by Two-Stage Regression Estimation, MIT Center for Real Estate LLC. Report, 2008
- Goetzmann, W. N., “The Accuracy of Real Estate Indices: Repeat Sales Estimators”, *Journal of Real Estate Finances and Economics*, Vol. 5, 1992, pp. 5-53.
- Lancaster, K. J., “A New Approach to Consumer Theory”, *Journal of Political Economy*, Vol. 74 No. 2, 1966, pp. 132-157.
- Rosen, S., “Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition”, *Journal of Political Economy*, Vol. 82 No. 1, 1974, pp. 34-55.
- Shiller, R. J., “Arithmetic repeat sales price estimators”, *Journal of Housing Economics*, Vol. 1 No.1, 1991, pp. 110-126.
- Yeon, Kyupil, “A Study on Repeat Sales House Price Index Based on Penalized Quantile Regression”, *Procedia Computer Science*, Vol. 91, No. 6, 2016, pp. 260-267.