

파라미터 최적화를 이용한 Open-loop Side-slip Angle 추정기 개발

박 장 희·윤 성 환·허 건 수*

한양대학교 미래자동차공학과

Development of an Open-loop Side-slip Angle Estimator Using Parameter Optimization

Janghee Park · Sunghwan Yun · Kunsoo Huh*

Department of Automotive Engineering, Hanyang University, Seoul 04763, Korea
 (Received 4 May 20200 / Revised 12 May 2020 / Accepted 12 May 2020)

Abstract : Lateral motion information like the yaw rate, lateral acceleration, and side-slip angle is closely related to the vehicle steering characteristics, and their measurement is very important in the development of a vehicle stability control algorithm. Factors other than the side-slip angle can be easily measured with a sensor like an IMU(inertial measurement unit), but in the case of the side-slip angle, expensive equipment like an optical sensor is required to measure it. Therefore, various side-slip angle estimation techniques are used in place of the sensor. This paper proposes an open-loop side-slip angle estimation algorithm through parameter optimization. The proposed algorithm derives the parameters based on the real- vehicle measurement data, and it shows a strong real-time performance and robustness. The unconstrained nonlinear optimizer of MATLAB was used, and the performance of the proposed method was verified through real- vehicle experiments.

Key words : Side-slip angle(횡 슬립각), Open-loop(개방 루프), Estimator(추정기), Parameter optimization(파라미터 최적화), Real-time performance(실시간성), Vehicle dynamics(차량 동역학)

Nomenclature

F : tire force
 m : vehicle mass
 C : cornering stiffness
 l : distance to mass center
 V : vehicle velocity
 γ : yaw-rate
 β : side-slip angle
 δ : wheel angle
 a : acceleration
 K : constant for linear approximation
 h : mass height
 α : tire slip angle
 p_{1-3} : open-loop model parameters

θ : tire velocity angle
 L : wheel base length

Subscripts

f,r : front/rear
 x,y,z : longitudinal/lateral/vertical direction

1. 서 론

자동차 산업이 발전함에 따라 운전자의 위험과 직결 되는 차량 안정성 제어 문제는 차량 설계에 있어 핵심 이슈이다. 이에 따라 Yaw stability control,¹⁾ 전복 방지 제어,²⁾ 차선 변경 제어,³⁾ 조향을 이용한 충돌 회피 제어^{4,6)} 와 같은 다양한 시스템들이 개발되었다. 이러한 제어 알고리즘을 설계할 때에는 반드시 차량 안정성을 보장해야 하며, 이를 모니터링하기 위해서는 차량 횡 방향 운동 정

*Corresponding author, E-mail: khuh2@hanyang.ac.kr

*This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium provided the original work is properly cited.

모들(Yaw-rate, 횡 가속도, Side-slip angle)을 정확히 아는 것이 중요하다. 차량이 안정성을 잃어버리는 가장 큰 이유는 타이어 횡방향 힘이 비선형 특성을 갖기 때문인데 특히 Side-slip angle의 경우 이와 밀접한 관련이 있다.^{7,8)} 따라서 불안정한 차량 거동을 막기 위해서는 타이어 횡방향 힘이 선형 영역에서 발생하도록 Side-slip angle을 줄이는 제어가 수행된다.^{9,10)}

하지만 Side-slip angle은 다른 측정 가능한 차량 횡방향 운동 정보들과 달리 측정을 위해 광학 센서와 같은 고가의 장비가 필요하므로 일반 차량에서는 측정이 불가능하다. 따라서 Side-slip angle의 추정에는 차량 안정성을 고려한 제어 연구에서 필수적이며 이에 대해 활발히 연구가 진행 중이다.

Side-slip angle을 추정하는 기존의 연구 방법은 크게 상태 추정기 설계를 통한 추정, Fuzzy logic을 통한 추정 그리고 Neural network를 이용한 추정 등으로 나뉘어진다.

상태 추정기를 이용하는 경우에는 먼저, 차량의 횡 운동 힘과 관련된 정보들을 포함하여 차량 모델을 구성한다.^{11,12)} 이때, 타이어 횡방향 힘의 비선형성을 고려하기 위해 Pacejka magic formula¹³⁾와 같은 비선형 타이어 모델을 함께 사용한다. 하지만 이는 모델의 Stiffness, Shape, Peak, Curvature factor 등 비선형성을 표현하기 위해 많은 인자들이 필요하다. 이를 간소화하기 위해 타이어의 선형 구간과 비선형 구간을 나누어 모사하는 기법이 연구되어 있으며,¹⁴⁾ 정확한 타이어 모델 구축을 위해 필요한 노면 마찰계수의 경우에는 다수의 연구에서 이미 알고 있는 값으로 가정한다.^{15,16)} 차량 모델을 구축한 뒤에는 모델을 여러 가정을 통해 선형화 후 Kalman filter를 이용하여 추정한다. 하지만 이 과정에서 차량 상태가 선형화 기준점에서 멀어지면 추정 성능이 감소한다는 단점이 존재한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 다른 연구에서는 비선형 차량 모델을 EKF(Extended Kalman Filter)에 적용하여 추정한다.¹⁷⁻¹⁹⁾ EKF는 비선형 모델을 매 알고리즘 실행 시점마다 차량 상태에 대해 편미분하여 모델을 선형화 하는 기법으로 더 높은 추정 성능을 기대할 수 있다.²⁰⁾ 하지만 이 방법 역시 초기 상태 설정에 따라 추정 값의 수렴 성능이 감소할 수 있고, 편미분을 이용하는 알고리즘 구조에 의해 추정 값이 발산할 위험이 있다.²¹⁾

Fuzzy logic을 사용하는 추정의 경우,²²⁾ 멤버십 함수들이 주관적으로 결정되기 때문에 서로가 객관적 개연성을 갖지 못하면 추정 대상이 범용적이지 않다는 단점을 가지고 있다. 또한 퍼지 집합이 커지는 경우 연산량이 많아 알고리즘의 실시간성을 보장하기 힘들다.

Neural network를 이용한 추정의 경우에는,^{23,24)} 학습시키고자 하는 Data set에 따라 추정 성능이 결정된다. 만약

추정 목적과 정확히 맞지 않는 Data set으로 학습이 진행되어 추정 성능이 떨어지더라도 Network를 구성하는 많은 파라미터들의 관계를 직관적으로 알 수 없으므로 오류 수정이 불가능하다. 또한 추정 성능을 올리기 위해서는 Network구조가 복잡해지는데 이때, 전체 알고리즘의 크기는 커지게 된다. 따라서 이 방법 또한 알고리즘의 실시간성을 보장하기 힘들다는 단점이 존재한다.

Side-slip angle 추정기를 설계할 때, 추정 값이 발산하여 결과가 강인하지 않거나 많은 연산량으로 인해 실시간성을 보장할 수 없다면 그 추정기는 실제 양산 차량의 안정성을 모니터링하기 위해 탑재될 수 없다. 또한 Side-slip angle을 타이어 선형영역으로 유지시키는 안정성 제어를 할 때 선형 구간 내에서 정확한 추정값을 가져야 한다. 그리고 추정기의 튜닝 파라미터가 직관적인 의미를 갖고 그 개수가 적다면 추정 대상 차량이 바뀌더라도 이식하여 사용하기 용이하다.

따라서 본 논문에서는 추정 값이 발산할 우려가 없고 실시간성을 보장하는 Side-slip angle 추정기를 설계하기 위해 간단한 Open-loop 예측 모델을 제안한다. 또한 정상적인 노면에서 타이어힘이 선형적으로 생성되는 구간에 대해 적은 개수의 튜닝 파라미터를 갖는 Side-slip angle 추정기를 제안한다. 또한 예측 모델내에서 필요한 파라미터는 직관적인 의미를 갖도록 추출하였으며 실차 실험 Data set을 이용하여 모델 파라미터를 최적화함으로써 추정 성능을 향상시켰다. 제안하는 알고리즘은 실차 실험 환경에서 기존 알고리즘과의 비교를 통해 성능을 검증하였다.

2. 동역학 기반 Side-slip Angle Model

Side-slip angle 추정기 개발을 위해 본 논문에서는 Fig. 1의 2-DOF 차량 모델을 사용하였다. 전/후륜 타이어의 횡방향 힘은 식 (1)과 같다. 그리고 이를 정리하면 식 (2)와 같이 나타난다.²⁵⁾

$$F_{yf} = C_f \cdot \alpha_f \quad \text{where } \alpha_f = \delta_f - \theta_f = \delta_f - \beta - \frac{l_f \gamma}{V_x} \quad (1)$$

$$F_{yr} = C_r \cdot \alpha_r \quad \text{where } \alpha_r = -\theta_r = -\beta + \frac{l_r \gamma}{V_x}$$

$$C_f \cdot \beta = -F_{yf} + C_f \cdot \delta_f - C_f \cdot \frac{l_f \gamma}{V_x} \quad (2)$$

$$C_r \cdot \beta = -F_{yr} + C_r \cdot \frac{l_r \gamma}{V_x}$$

식 (2)의 두 식을 더해 Side-slip angle에 대한 수식으로 정리하면 다음과 같다.

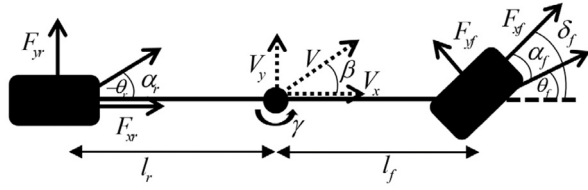


Fig. 1 2-DOF vehicle model

$$\beta = \frac{-(F_{yf} + F_{yr}) + (C_f \cdot \delta_f) - (C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r) \cdot \frac{\gamma}{V_x}}{(C_f + C_r)} \quad (3)$$

그리고 타이어 횡 방향 힘을 식 (4)와 같이 나타내면 최종적으로 식 (5)와 같이 Side-slip angle을 측정 가능한 정 보인 횡 가속도와 Yaw-rate으로 표현할 수 있다.²⁵⁾

$$F_y = F_{yf} + F_{yr} = m \cdot a_y \quad (4)$$

$$\beta = \frac{-m \cdot a_y + (C_f \cdot \delta_f) - (C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r) \cdot \frac{\gamma}{V_x}}{(C_f + C_r)} \quad (5)$$

3. Side-slip Angle의 Open-loop 추정

앞서 Side-slip angle을 표현하는 수식에는 차량의 중 속 도, Yaw-rate, 횡 가속도, 전륜 타이어 조향각과 같이 센서 를 통해 측정이 가능한 차량 운동상태 정보가 포함되어 있다. 따라서 이와 같이 측정이 가능한 정보와 나머지 차량 파라미터를 분리하는 작업을 수행하였다. 또한 파라미터 들 중 차량 제원과 같이 미리 알고 있는 파라미터와 정확 히 알 수 없는 파라미터를 구분하였다. 이후 실차 실험 Data set을 이용하여 알 수 없는 차량 파라미터를 최적화 하였다.

3.1 Side-slip Angle의 Open-loop 추정식

측정이 가능한 차량 운동상태 정보들로 식 (5)를 정리 하면 아래와 같이 식 (6)으로 나타낼 수 있다.

$$\beta = p_1 \cdot a_y + p_2 \cdot \delta_f + p_3 \cdot \frac{\gamma}{V_x} \quad (6)$$

where

$$p_1 = \left(\frac{-m}{C_f + C_r} \right), p_2 = \left(\frac{C_f}{C_f + C_r} \right), p_3 = \left(\frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f + C_r} \right)$$

여기서 각각의 계수 p_{1-3} 가 가지는 의미를 살펴보면 다음 과 같다. p_1 은 차량의 하중과 타이어 강성 사이의 관계를 내포하며, p_2 는 전륜 타이어의 강성과의 비율을, p_3 는 차

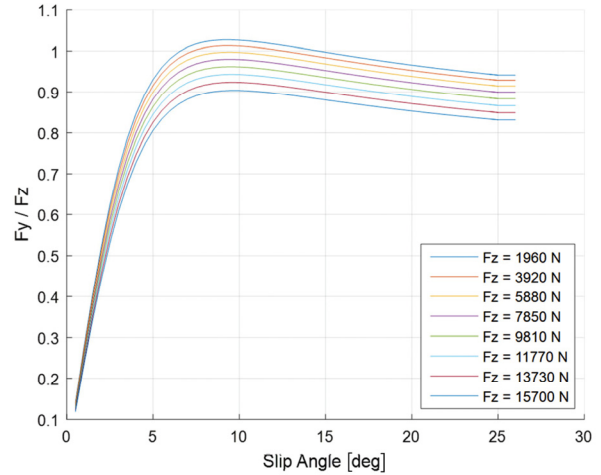


Fig. 2 Tire slip angle - lateral tire force/vertical tire force curve

량의 Understeer gradient와 연관되어 있음을 알 수 있다. 앞서 정리한 계수 p_{1-3} 는 모두 전/후륜의 타이어 강성으로 이루어진 것을 확인할 수 있다. 그리고 이때 필요한 타이어 강성 정보는 측정이 불가능하다. 따라서 아래와 같은 방법을 통해 측정 가능한 정보와 나머지 파라미터로 타이어 강성 정보를 대체하는 작업을 수행하였다.

Fig. 2는 타이어 Slip angle 대비 횡/수직 타이어 힘비율의 관계를 나타낸다. 이를 살펴보면 타이어 Slip angle이 작은 영역에서는 증가함에 따라 횡/수직 타이어 힘 비율 또한 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

식 (1)의 양변을 수직 타이어 힘으로 나누면 아래 식 (7)과 같이 표현된다. 타이어 Slip angle이 작다는 가정하에 타이어 Slip angle 대비 횡/수직 타이어 힘 비율의 관계를 1차함수로 두고 기울기를 K 로 근사하였다. 이때 노면 마찰계수는 정상적인 노면 상황으로 가정한다.

$$\frac{F_y}{F_z} = \frac{C}{F_z} \cdot \alpha \cong K \cdot \alpha \quad (7)$$

따라서 p_{1-3} 를 구성하고 있던 타이어 강성 파라미터는 식 (8)로 대체한다.

$$\begin{aligned} C_f &= K \cdot F_{zf} \\ C_r &= K \cdot F_{zr} \end{aligned} \quad (8)$$

전/후륜의 수직 타이어 힘은 식 (9)와 같으며 이를 식 (8)에 대입하면 식 (10)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{zf} &= \frac{m}{L} (l_r \cdot g - h \cdot a_x) \\ F_{zr} &= \frac{m}{L} (l_f \cdot g + h \cdot a_x) \end{aligned} \quad (9)$$

$$C_f = \frac{K \cdot m}{L} (l_r \cdot g - h \cdot a_x)$$

$$C_r = \frac{K \cdot m}{L} (l_f \cdot g + h \cdot a_x)$$
(10)

이렇게 구해진 타이어 강성 식 (10)을 Side-slip angle을 계산하는 식 (6)에 대입하면 최종적으로 본 논문에서 제안하는 Open-loop 추정 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\beta = p_1 \cdot a_y + p_2 \cdot \delta_f + p_3 \cdot \frac{\gamma}{V_x}$$
(11)

where

$$p_1 = -\frac{1}{K \cdot g}, p_2 = \frac{l_r \cdot g - h \cdot a_x}{L \cdot g}, p_3 = \frac{h \cdot a_x}{g}$$

식 (11)에서 p_{1-3} 은 Open-loop 추정에 사용되는 최종 수식의 계수를 의미한다.

3.2 파라미터 최적화를 이용한 Open-loop 추정

식 (6), (11)의 계수 p_{1-3}, p_{1-3}' 은 그 자체로서 물리적으로 직관적인 의미를 갖지 않는다. p_{1-3}' 를 살펴보면 K, h, l_f 를 제외한 나머지 값들은 이미 알고 있거나 측정이 가능하다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 위의 3개의 차량 파라미터를 최적화 과정에서 Design parameter로 선정하였다.

선정된 파라미터를 최적화하기 위하여 실차 실험을 통해 Data set을 획득하였다. 먼저, 추정 목표가 차량 안정성과 관련 있으므로 각 Data set의 차량 중 속도는 고속 영역(80~120 km/h)으로 설정하였다. 또한 횡 거동 특성을 잘 보여줄 수 있는 Sine-wave steer와 DLC(Double Lane

Change) 테스트를 각각 10개씩, 총 20개의 Data set을 실차 실험을 통하여 획득하였다. 모든 차량 운동 정보는 Vector사의 CANoe장비로 로깅하였으며 Side-slip angle의 계측은 OxTS사의 RT3000을 이용하였다.

파라미터를 최적화하기 위해 식 (12)와 같이 최적화 문제를 정의하였다. $\beta_{equation}$ 은 식 (11)과 같고 β_{true} 는 획득한 Data set의 Side-slip angle 계측 값을 의미한다. 최적화 과정은 Fig. 3과 같다. 20개의 Data set으로부터 Side-slip angle의 계측 값과, Design parameter 3개로 이루어진 식 (11)에서 계산된 Side-slip angle 값을 도출하고 서로의 오차를 최소화 하는 최적화 문제를 풀기 위해 Iteration이 수행된다.

$$\min_x J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{20} (\beta_{true}^i - \beta_{equation}^i)^2$$
(12)

where

$$\mathbf{x} = [K \quad h \quad l_f]$$

$$\beta_{equation}^i = f(\mathbf{x}^i)$$

i : data set number

Fig. 4는 Data set 중 하나의 DLC 시나리오에 대해 iteration이 증가하면서 파라미터가 최적화됨에 따라 계측 값과 추정 값의 오차가 감소하는 과정을 보여주는 그래프이다. 이와 같이 최적화문제를 풀기 위해 MATLAB optimization toolbox의 Unconstrained nonlinear optimizer²⁶⁾를 사용하였다.

4. 결과

본 연구에서 제안한 추정기의 성능을 검증하기 위해

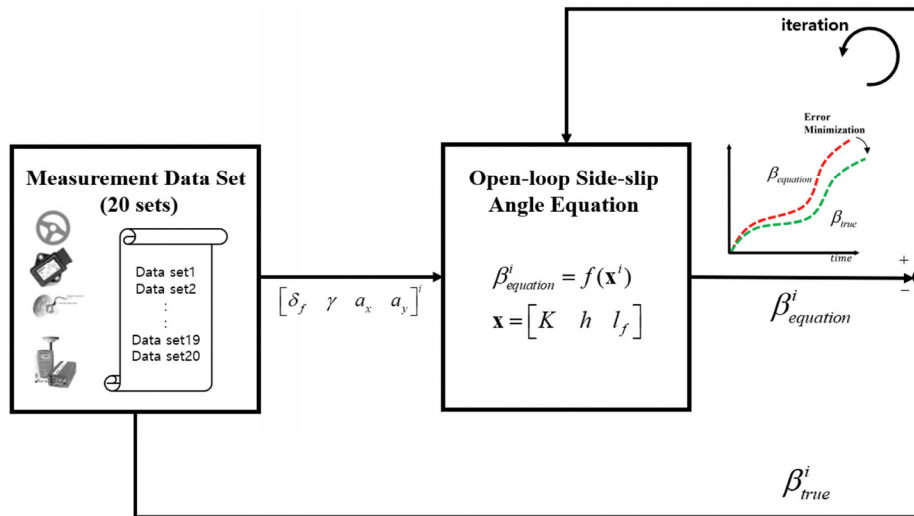


Fig. 3 Optimization process architecture

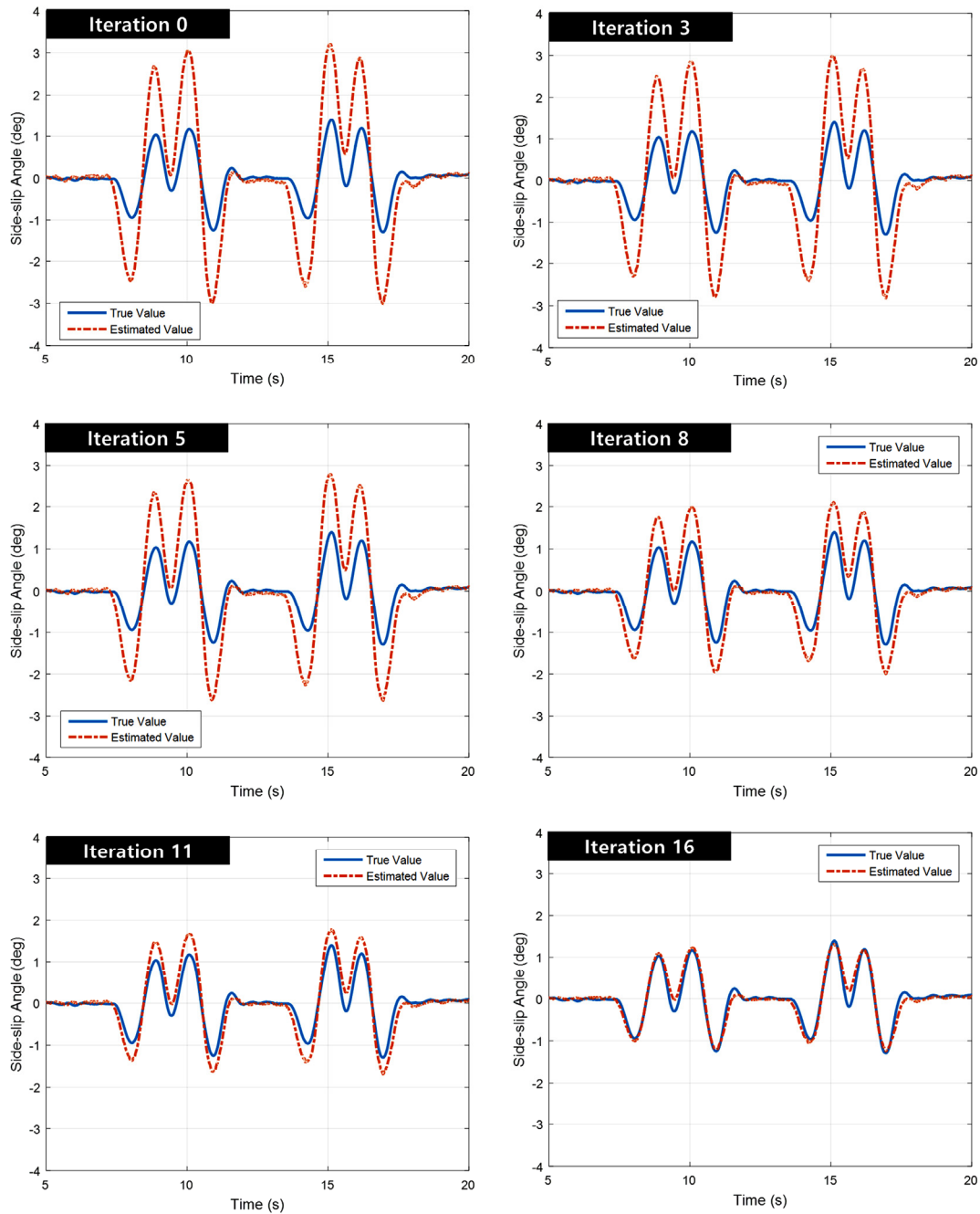


Fig. 4 Parameter optimization result for each iteration

실차 실험을 진행하였다. 실차 실험 시나리오는 총 4개로 정하였고 2개의 Sine-wave steer, 2개의 DLC로 구성하였다. 추정기 성능 검증은 파라미터 최적화에 사용한 20개의 Data set에 포함 되어있지 않은 추가 실험을 통해 수행되었다. Fig. 5와 Fig. 6은 각각 성능 검증용 시나리오의 전륜 조향각과 차량 속도를 나타낸다.

다음으로, 아래의 4개의 시나리오에 대해 제안한 추정기의 성능을 알아보기 위해 대조군 알고리즘¹¹⁾을 설정하

였다. 앞서 서론에서 언급하였듯이, 상태 추정기중 가장 대표적인 방법인 비선형 차량 모델을 EKF 알고리즘에 적용하여 Side-slip angle을 추정하는 방법을 선정하였으며 이를 Method 1으로 명명한다. 또한 본 논문에서 제안하는 방법을 Method 2라 하자.

Fig. 7은 기존의 방법과 제안하는 방법으로 검증용 시나리오를 통해 Side-slip angle을 추정한 결과이다. 이때 Side-slip angle의 참값은 Data set을 획득했을 때와 마찬가지로

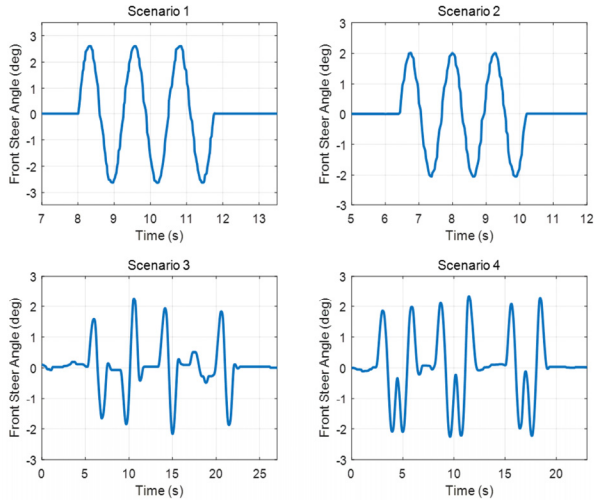


Fig. 5 Front steering angle profile of validation scenarios

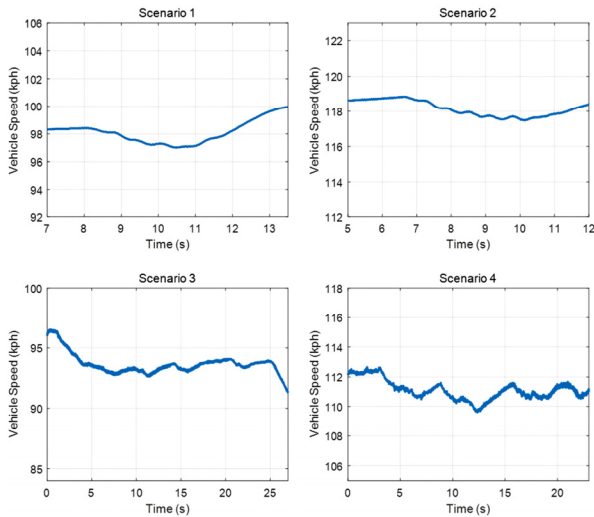


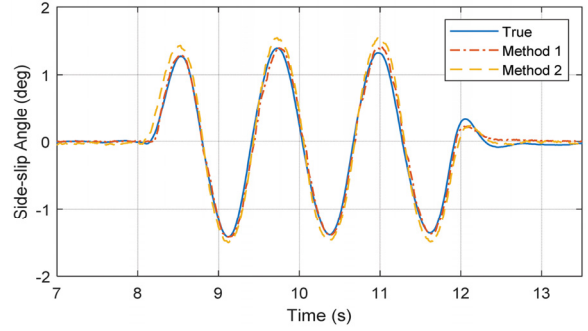
Fig. 6 Velocity profile of validation scenarios

지로 OxTS사의 RT3000을 이용하여 계측하였다.

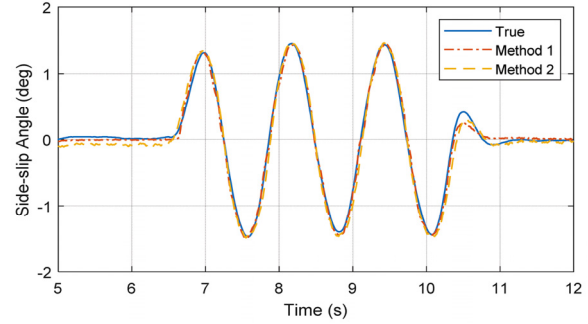
모든 시나리오에 대해서 Fig. 7에서 볼 수 있듯이, 제안하는 방법과 기존의 방법의 추정 성능이 거의 차이 없음을 알 수 있다. 보다 정량적인 비교를 위해 각각의 경우에 대해 발생한 추정 오차를 RMSE(Root Mean Square Error)로 수치화하여 Table 1에 나타내었다. 이때 사용한 RMSE의 정의는 아래 식 (13)과 같다.

$$E_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |E_n|^2} \quad (13)$$

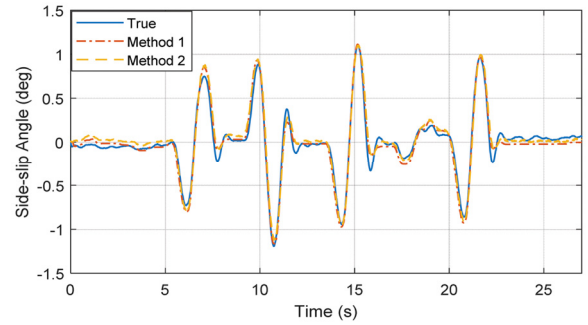
RMSE를 통해 추정 오차를 수치화 한 결과 Method 1은 Sine-wave steer에서, Method 2는 DLC에서 더 좋은 성능을 보였다. 그리고 모든 시나리오에서 발생한 추정오차의 RMSE 평균을 비교해본 결과 두 알고리즘의 추정 성



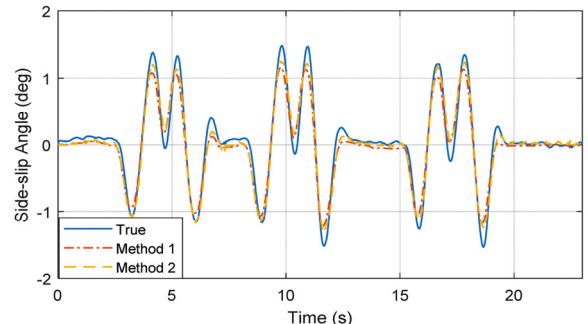
(a) Scenario 1



(b) Scenario 2



(c) Scenario 3



(d) Scenario 4

Fig. 7 Side-slip angle estimation results

능이 거의 유사함을 확인할 수 있었다.

마지막으로 알고리즘의 실시간성 확인을 위해 두 방법에 대해 연산시간을 비교하였다. Fig. 8은 검증 시나리

Table 1 RMSE

	Method 1	Method 2
Scenario 1	0.0445	0.0563
Scenario 2	0.0464	0.0672
Scenario 3	0.0641	0.0592
Scenario 4	0.1188	0.0913
Average	0.0684	0.0685

Table 2 Calculation time

	Method 1	Method 2
Average	$3.3003 \cdot 10^{-6}$ (s)	$1.9196 \cdot 10^{-6}$ (s)

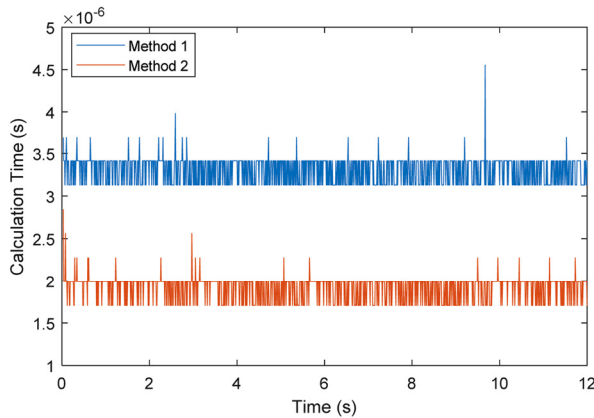


Fig. 8 Calculation time for each method

오를 MATLAB R2019a에서 Off-line으로 구동하였을 때 발생한 연산시간이다. 이때 구동했던 컴퓨터의 사양은 Intel Core i7-9700K 3.60GHz 프로세서, 16GB 메모리이다.

Fig. 8의 연산시간을 수치화 하여 비교하기 위해 평균 값을 계산하고 이를 Table 2에 나타내었다. 제안한 알고리즘이 기존의 알고리즘 대비 Side-slip angle을 추정할 때 42% 가량 연산속도가 줄어들음을 확인하였다. 이는 위의 좋은 사양의 컴퓨터에서 구동하였을 때 발생한 수치이며 실제 양산 차량에 탑재된 ECU에서 구동될 때는 그 차이가 더 심해질 것으로 예상되므로 큰 이점으로 작용한다.

5. 결론

본 논문에서는 Side-slip angle을 추정할 때 기존의 방법에서 존재하는 발산 위험성 및 실시간성을 보장하기 힘들다는 단점을 극복하기 위해 Feed-back이 필요 없는 간단한 Open-loop 예측 모델을 제안하였다. 또한 물리적으로 직관적인 파라미터를 추출하여 예측 모델을 구성하였으며, 타이어 힘의 선형 영역에서 실차 실험 Data set을 이용하여 모델 파라미터를 최적화하였다. 제안하는 알고리즘의 추정 성능 검증을 위해 실차 실험을 진행하였다. Side-slip angle의 추정 오차 및 연산시간에 대해 기존의

방법과 제안하는 방법을 비교하였으며 이를 수치화 하여 나타내었다. 최종적으로 수치 비교를 통해 제안하는 알고리즘이 기존의 알고리즘보다 더 적은 연산량으로 유사한 추정 성능을 가진다는 것을 확인함으로써 제안하는 알고리즘의 우수성을 검증하였다.

References

- 1) S. D. Cairano, H. E. Tseng, D. Bernardini and A. Bemporad, "Vehicle Yaw Stability Control by Coordinated Active front Steering and Differential Braking in the Tire Sideslip Angles Domain," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.21, No.4, pp.1236-1248, 2012.
- 2) C. R. Carlson and J. C. Gerdes, "Optimal Rollover Prevention with Steer by Wire and Differential Braking," ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, pp.345-354, 2003.
- 3) K. Liu, J. Gong, A. Kurt, H. Chen and U. Ozguner, "Dynamic Modeling and Control of High-speed Automated Vehicles for Lane Change Maneuver," IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, Vol.3, No.3, pp.329-339, 2018.
- 4) J. Dahl, G. R. Campos, C. Olsson and J. Fredriksson, "Collision Avoidance: A Literature Review on Threat-assessment Techniques," IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, Vol.4, No.1, pp.101-113, 2018.
- 5) J. Ji, A. Khajepour, W. W. Melek and Y. Huang, "Path Planning and Tracking for Vehicle Collision Avoidance Based on Model Predictive Control with Multiconstraints," IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol.66, No.2, pp.952-964, 2016.
- 6) J. Funke, M. Brown, S. M. Erlien and J. C. Gerdes, "Collision Avoidance and Stabilization for Autonomous Vehicles in Emergency Scenarios," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.25, No.4, pp.1204-1216, 2016.
- 7) D. Piyabongkarn, R. Rajamani, J. A. Grogg and J. Y. Lew, "Development and Experimental Evaluation of a Slip Angle Estimator for Vehicle Stability Control," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.17, No.1, pp.78-88, 2009.
- 8) R. Wang, H. Zhang and J. Wang, "Linear Parameter-varying Based Fault-tolerant Controller Design for a Class of Over-actuated Nonlinear Systems with Applications to Electric Vehicles," IET Control Theory & Applications, Vol.8, No.9, pp.705-717, 2014.
- 9) H. Zhang, X. Huang, J. Wang and H. R. Karimi, "Robust Energy-to-peak Sideslip Angle Estimation

- with Applications to Ground Vehicles,” *Mechatronics*, Vol.30, pp.338-347, 2015.
- 10) M. Abe, Y. Kano, K. Suzuki, Y. Shibahata and Y. Furukawa, “Side-slip Control to Stabilize Vehicle Lateral Motion by Direct Yaw Moment,” *JSAE Review*, Vol.22, No.4, pp.413-419, 2001.
 - 11) D. Lee, I. Kim and K. Huh, “Tire Lateral Force Estimation System Using Nonlinear Kalman Filter,” *Transactions of KSAE*, Vol.20, No.6, pp.126-131, 2012.
 - 12) K. Park, S. Heo, I. Paik and K. Yi, “Estimator Design for Road Friction Coefficient and Body Sideslip Angle for Use in Vehicle Dynamics Control Systems,” *Transactions of KSAE*, Vol.9, No.2, pp.176-184, 2001.
 - 13) H. B. Pacejka and E. Bakker, “The Magic Formula Tyre Model,” *Vehicle System Dynamics*, Vol.21, No.Sup1, pp.1-18, 1992.
 - 14) M. Hiemer, U. Kiencke, T. Matsunaga and K. Shirasawa, “Cornering Stiffness Adaptation for Improved Side Slip Angle Observation,” *IFAC Proceedings Volumes*, Vol.37, No.22, pp.667-672, 2004.
 - 15) S. You, J. Hahn and H. Lee, “New Adaptive Approaches to Real-time Estimation of Vehicle Sideslip Angle,” *Control Engineering Practice*, Vol.17, No.12, pp.1367-1379, 2009.
 - 16) B. Li, H. Du, W. Li and Y. Zhang, “Side-slip Angle Estimation Based Lateral Dynamics Control for Omni-directional Vehicles with Optimal Steering Angle and Traction/brake Torque Distribution,” *Mechatronics*, Vol.30, pp.348-362, 2015.
 - 17) K. Nam, S. Oh, H. Fujimoto and Y. Hori, “Estimation of Sideslip and Roll Angles of Electric Vehicles Using Lateral Tire Force Sensors through RLS and Kalman Filter Approaches,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.60, No.3, pp.988-1000, 2012.
 - 18) B. C. Chen and F. C. Hsieh, “Sideslip Angle Estimation Using Extended Kalman Filter,” *Vehicle System Dynamics*, Vol.46, No.Sup1, pp.353-364, 2008.
 - 19) L. Li, G. Jia, X. Ran, J. Song and K. Wu, “A Variable Structure Extended Kalman Filter for Vehicle Sideslip Angle Estimation on a Low Friction Road,” *Vehicle System Dynamics*, Vol.52, No.2, pp.280-308, 2014.
 - 20) G. Welch and G. Bishop, *An Introduction to the Kalman Filter*, <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman>, 1995.
 - 21) D. F. Bizup and D. E. Brown, “The Over Extended Kalman Filter - Don’t Use It!,” *Proceedings of the Sixth International Conference of Information Fusion*, Vol.1, pp.40-46, 2003.
 - 22) C. Geng, L. Mostefai, M. Denai and Y. Hori, “Direct Yaw-moment Control of an In-wheel-motored Electric Vehicle Based on Body Slip Angle Fuzzy Observer,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.56, No.5, pp.1411-1419, 2009.
 - 23) H. Sasaki and T. Nishimaki, “A Side-slip Angle Estimation Using Neural Network for a Wheeled Vehicle,” *SAE Transactions*, pp.1026-1031, 2000.
 - 24) S. Edoardo and S. Melzi, “On the Vehicle Sideslip Angle Estimation through Neural Networks: Numerical and Experimental Results,” pp.2005-2019, 2011.
 - 25) R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*, Springer Science & Business Media, Berlin, pp.647-698, 2011.
 - 26) T. Coleman, M. A. Branch and A. Grace, *Optimization Toolbox for Use with MATLAB®, User’s Guide, 2nd Edn.*, The MathWorks Inc, Natick, 1999.